

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

# СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ

*Истина всегда рождается как ересь,  
а умирает как предрассудок*

*Георг Вильгельм Фридрих Гегель*

**№ 1 (42), 2022**

В НОМЕРЕ:

Приведено задание функций состояния для свойств веществ и процессов в дифференциальном виде;

Предложена реконструкция архаических способов видения, результат представлен как иерархическая конструкция - дерево эволюции системы зрительного восприятия

Представлен алгоритм построения многослойных моделей шаровых звездных скоплений, описана программа для их создания, исследована эволюция 5-и и 10-слойных структур, представлены траектории отдельных тел, исследованы обстоятельства сближения тел, рассмотрены процессы при столкновении тел и приобретении ими вращательного движения и тепловой энергии.

Представлены результаты поиска величин механического движения, входящих в состав квантово-механических уравнений, связанных с уравнением Шредингера.

Представлены результаты открытого конкурса на предоставление грантов в форме субсидий в сфере научной деятельности на публикацию монографий и по итогам лучшей публикации в журнале «Сложные системы» за 2020 год



Подписной индекс: 88852

Издательство АО «Институт фундаментальных системных исследований»

140080, Московская обл., г. Лыткарино, ул. Парковая, д. 1

Тел.: +7 (495) 941-62-72

E-mail: [mail@systemology.ru](mailto:mail@systemology.ru)

---

FIRST PUBLISHED: October 2011

# THE COMPLEX SYSTEMS

SLOZHNYE SISTEMY

Interdisciplinary Scientific Journal

---

January – March

№ 1 (42), 2022

---

**Editor in Chief** Ivanov O.P. (Lomonosov MSU, Moscow, Russia)  
**Deputy chief Editor** Knyazeva H.N. (NRU HSE, Moscow, Russia)  
**Assistant Editor** Startsev V.V. (Institute of Systemology, Lytkarino, Russia)

*Editorial council*

**Bogolepova I.N.** (Research Center of Neurology RAMS, Moscow, Russia);  
**Gershenson C.** (National Autonomous University of Mexico, Mexico);  
**Erdi P.** (Center for Complex Systems Studies of Kalamazoo College, Michigan, United States);  
**Igamberdiev A.U.** (Memorial University of Newfoundland, Canada);  
**Mainzer K.** (Munich Center for Technology in Society, Munich, Germany);  
**Malinetskii G.G.** (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia);  
**Panin V.E.** (Institute of Strength Physics and Materials Science, SB RAS, Tomsk, Russia);  
**Pospelov I.G.** (Dorodnicyn Computing Centre, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia);  
**Hofkirchner W.** (Bertalanffy Center for the Study of Systems Science (BCSSS), Vienna, Austria)

*Editorial board*

**Golichenkov V.A.** (MSU, Moscow, Russia); **Klige R.K.** (MSU, Moscow, Russia); **Kurkina E.S.** (MSU, Moscow, Russia); **Magnitskii N.A.** (MSU, Moscow, Russia); **Melekhova O.P.** (MSU, Moscow, Russia);  
**Riznichenko G.Yu.** (MSU, Moscow, Russia); **Safyanov G.A.** (MSU, Moscow, Russia); **Surikov V.V.** (MSU, Moscow, Russia); **Chulichkov A.I.** (MSU, Moscow, Russia); **Schanyavskii A.A.** (State Center Air Transport Flight Safety, Khimki, Moscow region, Russia); **Kirilishina E.M.** (MSU, Moscow, Russia; technical editor); **Moiseeva M.P.** (Institute of Systemology, Lytkarino, Russia; executive editor).

---

**FOUNDER:** «Institute of System Science» JSC, 2020

Federal Service for Supervision in the Sphere of Communications, Information Technology and Mass Communications (Roskomnadzor)

Certificate of registration of mass communication media ПИ No. ФС77-42729 as of November 25, 2010

Registration number of changes ПИ No. ФС77-73604 as of August 31, 2018

**ISSN No. 2220-8569**

---

Sent for the press 06.04.2022. Format 60' 88 1/8. Circulation 60. Order **618**.

Publishing company: «Institute of System Science» JSC.

Address of Editorial office: 1, Parkovaya st., Lytkarino, Moscow Region, 140080, Russia.

Tel./Fax: +7(495) 941-62-72; [thecomplexsystems.ru](http://thecomplexsystems.ru); E-mail: [mail@systemology.ru](mailto:mail@systemology.ru)

Subscription index in the integrated catalog «Press of Russia» 88852

**Frequency: Quarterly**

---

Computer imposition «Institute of System Science» JSC.

Typography: JSC MIC NPO Mashinostroyeniya, 33, Gagarin Street, Reutov, Moscow Region, Russia, 143966

---

© «Institute of System Science» JSC, 2022

© Group of authors, 2022

---

**Reprint and translation of articles only with a link to the journal**

## СОДЕРЖАНИЕ

---

### Фундаментальные исследования

---

*Старостин И.Е.* Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в дифференциальном виде. **4**

---

### Новые идеи, подходы

---

*Смирнов В.Л.* Дерево эволюции для системы зрительного восприятия человека: возможность реконструкции. Часть 1. **20**

---

### Эксперименты, открытия, практика

---

*Смольский И.И.* Многослойные модели шаровых звездных скоплений. Часть 1. **43**

---

### Дискуссионные аспекты

---

*Попов И.П.* Квантово-механические дифференциальные уравнения и величины механического движения. **68**

---

Результаты открытого конкурса на предоставление грантов в форме субсидий в сфере научной деятельности на публикацию монографий и по итогам лучшей публикации в журнале «Сложные системы» за 2020 год. **74**

## **CONTENTS**

---

### **Basic researches**

---

*Starostin I.E., Khalyutin S.P., Bykov V.I.* Setting the State functions for the properties of substances and processes in a differential form. **4**

---

### **New ideas, approaches**

---

*Smirnov V.L.* Evolution tree of human visual perception system: opportunities for reconstruction. Part 1. **20**

---

### **Experiments, discoveries, practice**

---

*Smulsky J.J.* Multilayer models of globular star clusters. Part 1. **43**

---

### **Debatable aspects**

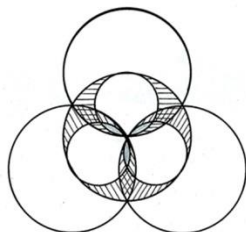
---

*Popov I.P.* Quantum-mechanical differential equations and values of mechanical motion. **68**

---

The results of an open competition for grants in the form of subsidies in the field of scientific activity for the publication of monographs and according to the results of the best publication in the journal "Complex Systems" for 2020. **74**

УДК 536-12



## ЗАДАНИЕ ФУНКЦИЙ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ И ПРОЦЕССОВ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ВИДЕ

Старостин И.Е.<sup>1</sup> (к.т.н.),Халютин С.П.<sup>2</sup> (д.т.н.),Быков В.И.<sup>3</sup> (д.ф.-м.н.)

<sup>1</sup>Московский государственный технический университет  
гражданской авиации (МГТУ ГА), Москва, РФ; [starostinigo@yandex.ru](mailto:starostinigo@yandex.ru)

<sup>2</sup>Московский государственный технический университет гражданской  
авиации (МГТУ ГА), Москва, РФ; [s.khalutin@mstuca.aero](mailto:s.khalutin@mstuca.aero)

<sup>3</sup>Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН (ИБХФ РАН), Москва, РФ;  
[vbykov@mail.ru](mailto:vbykov@mail.ru)

**Аннотация.** Анализ и математическое моделирование процессов различной физической и химической природы имеет большое значение для решения различных практических задач. Для моделирования сложных процессов авторами ранее был разработан в рамках современной неравновесной термодинамики единый формализм описания и моделирования физико-химических процессов различной природы. Для реализации моделей, полученных этим формализмом, в численном виде необходимо задать (в численном виде) функции состояния для свойств веществ и процессов. Эти функции состояния могут быть заданы либо непосредственно (с использованием функциональных разложений), либо задаются частные производные этих функций по координатам состояния. Функции состояния для необратимых составляющих кинетических матриц должны быть положительно определенными, для потенциалов взаимодействия – удовлетворять условию полного дифференциала энтропии (в общем случае нелинейной), для коэффициентов распределения некомпенсированных теплот – положительно определенными и давать в сумме единицу. Если же функция состояния задается в дифференциальном виде, то должно быть дополнительно выполнено условие полного дифференциала этой функции состояния. Настоящая статья посвящена заданию функций состояния для свойств веществ и процессов в дифференциальном виде.

**Ключевые слова:** современная неравновесная термодинамика, функции состояния, условие полного дифференциала.

## ВВЕДЕНИЕ

В современном мире большую роль играют системы, характеризующиеся протеканием в них физико-химических процессов (ФХП) [1]. Отсюда вытекает необходимость моделирования ФХП для решения различных практических задач [1 – 3, 5, 14]. Для моделирования ФХП ранее авторами в рамках современной неравновесной термодинамики [11, 13, 15, 16] был разработан единый подход моделирования ФХП, вбирающий в себя существующие математические модели ФХП различной природы [11, 16].

Для реализации уравнений современной неравновесной термодинамики в численном виде необходимы функции состояний для свойств веществ и процессов [11, 16]. Эти функции состояния, удовлетворяющие соответствующим ограничениям [10, 11, 16], исследуются из экспериментальных данных путем задания с точностью до постоянных коэффициентов функциональных разложений описанных свойств веществ и процессов [10, 11, 16, 17], исследуемых из экспериментальных данных [10, 11, 16, 17]. В общем случае возможно лишь из экспериментальных данных оценить лишь диапазоны изменения этих постоянных коэффициентов [18]. Поэтому далее путем

численно-аналитических преобразований уравнения динамики ФХП преобразуются к модели рассматриваемой системы [17, 18]. На вход этой модели подаются наблюдаемые параметры системы, а на выходе получаем контрольные параметры системы [17, 18].

В некоторых случаях функции состояния для свойств веществ и процессов целесообразно задавать в дифференциальном виде, т.к. из экспериментальных данных мы получаем лишь приращения этих величин. Частные производные этих величин также задаем в виде функциональных разложений, удовлетворяющих условиям полного дифференциала этих функций состояния. Настоящая статья посвящена заданию функций состояния для свойств веществ и процессов в дифференциальном виде и моделированию динамики ФХП с использованием такого задания функций состояния.

### ЗАДАНИЕ ФУНКЦИЙ СОСТОЯНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ВИДЕ

В дифференциальном виде вектор-функция  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{U}(\mathbf{x}) = (U_1(\mathbf{x}) \ \dots \ U_m(\mathbf{x}))^T$  параметров состояния  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{x} = (x_1 \ \dots \ x_n)^T$  (величин, однозначно характеризующих состояние системы независимо от ее предыстории [4, 6, 11, 13, 15, 16]) задаются в виде:

$$d\mathbf{U}(\mathbf{x}) = \overset{\circ}{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^n C_i(\mathbf{U}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) dx_i, \quad (1)$$

где  $C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})$ ,  $i = 1, n$  - частные производные вектор-функции по соответствующим координатам состояния  $x_i$ ,  $i = 1, n$ . В эквивалентном виде (1) запишется:

$$\frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_i} = C_i(\mathbf{U}(\mathbf{x}), \mathbf{x}), \quad i = 1, n. \quad (2)$$

Также систему (1) можно переписать в виде (система уравнений Пфаффа [4, 8]):

$$\overset{\circ}{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^n C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x}) dx_i - d\mathbf{U} = 0;$$

из (2) получается необходимое условие существования решения этой системы уравнений; действительно:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_j \partial x_i} = \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{U}=\mathbf{U}(\mathbf{x})}, \quad i, j = 1, n,$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_i} + \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{U}=\mathbf{U}(\mathbf{x})}, \quad i, j = 1, n,$$

отсюда, учитывая теорему о смешанной производной:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_j \partial x_i} = \frac{\partial^2 \mathbf{U}(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j}, \quad i, j = 1, n, \quad i \neq j,$$

имеем окончательно в силу (2) необходимое условие существования решения системы (1) (или эквивалентной ей системы (2)) для любых  $\mathbf{U}_0 = \mathbf{U}(\mathbf{x}_0)$ ,  $\mathbf{U}_0 = (U_{0,1} \ \dots \ U_{0,m})^T$ ,  $\mathbf{x}_0 = (x_{0,1} \ \dots \ x_{0,n})^T$  (вытекает из [8]):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_j} = \\ & = \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial C_i(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_i} + \frac{\partial C_j(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_i}, i, j = 1, n, i \neq j. \end{aligned} \quad (3)$$

Условие (3) является не только необходимым условием существования решения системы (1), но и достаточным условием существования решения этой системы для любых  $\mathbf{U}_0 = \mathbf{U}(\mathbf{x}_0)$  [8]. Действительно, рассмотрим функцию  $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})$ , задаваемую в виде:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})}{\partial x_n} = \mathbf{C}_n(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}), \quad \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}^{(n-1)}) = \tilde{\mathbf{U}}^{(n-1)}(\mathbf{x}^{(n-1)}), \quad \mathbf{x}^{(n-1)} = (x_1 \dots x_{n-1} \ x_{0,n})^T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_k} = \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)}), \mathbf{x}^{(k)}), \quad \tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k-1)}) = \tilde{\mathbf{U}}^{(k-1)}(\mathbf{x}^{(k-1)}), \quad k = 2, n-1, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}^{(1)}(\mathbf{x}^{(1)})}{\partial x_1} = \mathbf{C}_1(\tilde{\mathbf{U}}^{(1)}(\mathbf{x}^{(1)}), \mathbf{x}^{(1)}), \quad \tilde{\mathbf{U}}^{(1)}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{U}_0, \quad (6)$$

$$\mathbf{x}^{(k)} = (x_1 \dots x_{k-1} \ x_k \ x_{0,k+1} \dots x_{0,n})^T, \quad k = 1, n-1. \quad (7)$$

Система уравнений (4) – (7) дает для любых  $\mathbf{U}_0$ , соответствующих  $\mathbf{x}_0$ , функцию  $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})$ , удовлетворяющую условию  $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{U}_0$ , независимо от выполнения условия (3). Покажем, что в случае выполнения условия (3) функция  $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})$ , задаваемая (4) – (7), обращает (2) (эквивалентное (1)) в верное тождество [8]. Действительно, в силу (4) имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})}{\partial x_k} - \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) = \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}^{(n-1)}(\mathbf{x}^{(n-1)})}{\partial x_k} - \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}^{(n-1)}(\mathbf{x}^{(n-1)}), \mathbf{x}^{(n-1)}) + \\ & + \int_{x_{0,n}}^{x_n} \frac{\partial C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0} + \frac{\partial C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_k} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}=\mathbf{x}^0} dx^0 - \\ & - \int_{x_{0,n}}^{x_n} \frac{\partial C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \mathbf{C}_n(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}^0), \mathbf{x}^0) + \frac{\partial C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial x_n} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}^0), \mathbf{x}=\mathbf{x}^0} dx^0, \quad k = 1, n-1, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{x}^0 = (x_1 \dots x_{n-1} \ x_n)^T;$$

отсюда в силу (3) имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})}{\partial x_k} - \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) = \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}^{(n-1)}(\mathbf{x}^{(n-1)})}{\partial x_k} - \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}^{(n-1)}(\mathbf{x}^{(n-1)}), \mathbf{x}^{(n-1)}) + \\ & + \int_{x_{0,n}}^{x_n} \frac{\partial C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_1} \dots \frac{\partial C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\partial U_m} \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}^0)}{\partial x_k} - \mathbf{C}_k(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}^0), \mathbf{x}^0) dx^0, \quad k = 1, n-1. \end{aligned} \quad (8)$$

**Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в ...**

Аналогично, обозначив:

$$\mathbf{x}^{(k)} = (x_1 \quad \dots \quad x_{k-1} \quad x_k \quad x_{0,k+1} \quad \dots \quad x_{0,n})^T, \quad k = 1, n - 1,$$

в силу (3), (5), (7) имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)}))}{\mathcal{U}x_i} - C_i(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)}), \mathbf{x}^{(k)}) = \frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}^{(k-1)}(\mathbf{x}^{(k-1)}))}{\mathcal{U}x_i} - C_i(\tilde{\mathbf{U}}^{(k-1)}(\mathbf{x}^{(k-1)}), \mathbf{x}^{(k-1)}) + \\ & + \int_{x_{0,k}}^{x_k} \frac{\mathcal{U}C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x}^{(k)})}{\mathcal{U}U_1} \dots \frac{\mathcal{U}C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x}^{(k)})}{\mathcal{U}U_m} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)})} \frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)}))}{\mathcal{U}x_i} - C_i(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)}), \mathbf{x}^{(k)}) \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)})} dx_k, \\ & i = 1, k - 1, k = 2, n - 1; \end{aligned}$$

отсюда, введя обозначения:

$$\Delta_{i,k}(\mathbf{x}) = \frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}))}{\mathcal{U}x_i} - C_i(\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}), \mathbf{x}), \quad i = 1, k, \quad k = 1, n - 1, \quad (9)$$

имеем, также учитывая (5) и (6):

$$\begin{aligned} \Delta_{i,k}(\mathbf{x}^{(k)}) &= \Delta_{i,k-1}(\mathbf{x}^{(k-1)}) + \int_{x_{0,k}}^{x_k} \frac{\mathcal{U}C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x}^{(k)})}{\mathcal{U}U_1} \dots \frac{\mathcal{U}C_k(\mathbf{U}, \mathbf{x}^{(k)})}{\mathcal{U}U_m} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)})} \Delta_{i,k}(\mathbf{x}^{(k)}) dx_k, \\ i = 1, k - 1, k = 2, n - 1; \Delta_{i,k}(\mathbf{x}^{(k)}) &= 0, k = 1, n - 1; \end{aligned}$$

отсюда, в соответствие с методами математической индукции, учитывая единственность решения интегральных уравнений относительно  $\Delta_{i,k}(\mathbf{x})$ ,  $i = 1, k$ ,  $k = 1, n - 1$  [9] имеем:

$$\Delta_{i,k}(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, k, \quad k = 1, n - 1. \quad (10)$$

Аналогично введя:

$$\Delta_k(\mathbf{x}) = \frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}))}{\mathcal{U}x_k} - C_k(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}), \quad k = 1, n - 1, \quad (11)$$

имеем в силу (8) – (10):

$$\Delta_k(\mathbf{x}) = \int_{x_{0,n}}^{x_n} \frac{\mathcal{U}C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\mathcal{U}U_1} \dots \frac{\mathcal{U}C_n(\mathbf{U}, \mathbf{x})}{\mathcal{U}U_m} \Big|_{\mathbf{U}=\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})} \Delta_k(\mathbf{x}) dx_n, \quad k = 1, n - 1;$$

отсюда, учитывая единственность решения интегральных уравнений относительно  $\Delta_k(\mathbf{x})$ ,  $k = 1, n - 1$  [9] имеем:

$$\Delta_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, n - 1;$$

отсюда согласно (4), (11) имеем:

$$\frac{\mathcal{U}(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}))}{\mathcal{U}x_k} = C_k(\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}), \quad k = 1, n,$$

т.е. функция  $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{x})$ , полученная в соответствие с (4) – (7), является функцией  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  – решением системы (2) (эквивалентной системе (1)) и удовлетворяет условию  $\mathbf{U}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{U}_0$ .

Таким образом (3) – необходимое и достаточное условие решения системы (1) [8]. При этом, решение системы (1) для заданного условия  $U(x_0) = U_0$  единственно [8].

### ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДАМИ СОВРЕМЕННОЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

С позиций современной неравновесной термодинамики состояние любой системы (макроскопической) характеризуется ее параметрами состояния (ПС) – величинами, однозначно характеризующими состояние системы независимо от ее предыстории [4, 6, 11, 13, 15, 16]. Прочие характеристики системы выражаются через ПС с использованием соответствующих функций состояния [4, 6, 11, 13, 15, 16]. Таким образом, имеется возможность выбирать ПС; целесообразно в качестве ПС выбирать координаты состояния (КС) – ПС, изменение каждого из которых обусловлено только соответствующими ФХП конкретной физической природы [4, 6, 11, 13, 15, 16]. КС являются внутренними энергиями  $U_i, i = 1, m_U$ , а также прочие КС  $z_j, j = 1, m_z$  [4, 6, 11, 13, 15, 16].

Причиной протекания ФХП являются термодинамические силы (ТС), определяемые через потенциалы взаимодействия (ПВЗ) [11, 13, 15, 16]. Помимо ТС динамика этих ФХП характеризуется кинетическими свойствами, шкалой которой является кинетическая матрица (КМ) [11, 13, 15, 16]. ПВЗ являются температуры  $T_i, i = 1, m_U$  (в общем случае неравновесные), сопряженные соответствующим внутренним энергиям  $U_i, i = 1, m_U$ , а также прочие ПВЗ  $Z_{i,j}, i = 1, m_U, j = 1, m_z$ , сопряженные соответствующие внутренним энергиям  $U_i, i = 1, m_U$  и прочим КС  $z_j, j = 1, m_z$ . Отсюда, для реализации в численном виде уравнений динамики ФХП, полученных методами современной неравновесной термодинамики, необходимо задать функции состояния [10, 11, 13, 15, 16]:

1. температур  $T_i = T_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}) > 0, i = 1, m_U$ , удовлетворяющих условиям полного дифференциала энтропии (в общем случае нелинейной);
2. прочих ПВЗ  $Z_{i,j} = Z_{i,j}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}), i = 1, m_U, j = 1, m_z$ , удовлетворяющих условиям полного дифференциала энтропии (в общем случае нелинейной);
3. ПВЗ, характеризующих взаимодействие между молекулярными подсистемами  $Z_{i,j}^\circ = Z_{i,j}^\circ(z_1, \dots, z_{m_z}), i = m_U + 1, m_\phi, j = 1, m_z$ , удовлетворяющих условию полного дифференциала энергий взаимодействия между этими молекулярными подсистемами;
4. необратимых составляющих КМ простых подсистем  $L_{i,r} = L_{i,r}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}) > 0, i = 1, m_r, r = 1, n_c$  ( $m_r$  - число протекающих в простой подсистеме ФХП, а  $n_c$  - число этих простых подсистем);
5. обратимых составляющих КМ простых подсистем  $\alpha_{i,r} = \alpha_{i,r}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}), i = 1, m_r - 1, r = 1, n_c$ , характеризующих увлечение одних ФХП другими,  $\beta_{i,r} = \beta_{i,r}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}), i = 1, m_r - 1, r = 1, n_c$ , характеризующих эквивалентность одних ТС другим;

## Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в ...

6. коэффициентов распределения некомпенсированных теплот  $b_{i,j} = b_{i,j}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_U$ ,  $j = 1, m$  ( $m$  - число ФХП в рассматриваемой системе), для которых  $\mathring{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^{m_U} b_{i,j}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}) = 1$ ,  $j = 1, m$ ;

7. коэффициенты матрицы баланса (даются законами сохранения).

Задав функциональные разложения приведенных выше характеристик, затем получаем функции состояния КМ [10, 11, 13, 15, 16] и получаем в соответствие с формализмом современной неравновесной термодинамики систему уравнений динамики рассматриваемых ФХП [11, 13, 15, 16]. Затем оцениваем из экспериментальных данных коэффициенты этих функциональных разложений, затем численно-аналитическими методами из этих уравнений динамики получаем модель рассматриваемой системы [17, 18].

### ЗАДАНИЕ ФУНКЦИЙ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ И ПРОЦЕССОВ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ВИДЕ И ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ, УДОБНЫХ ДЛЯ ПРАКТИКИ

В общем случае не всегда возможно из экспериментальных данных определить абсолютные значения КС, например, внутренних энергий [6, 7], чисел молей веществ в системе [6, 12]. Но возможно из экспериментальных данных получить приращения КС (в частности упомянутых) по наблюдаемым величинам [6, 7, 12]. Отсюда следует целесообразность введения некоторых характеристик системы  $e_i = e_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$ ,  $\bar{m}_U \in m_U$  и  $x_j = x_j(z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$ ,  $\bar{m}_z \in m_z$  задаваемых в дифференциальном виде:

$$de_i = \mathring{\mathbf{a}} \sum_{p=1}^{m_U} C_{p,i}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) dU_p + \mathring{\mathbf{a}} \sum_{q=1}^{m_z} \tilde{Q}_{q,i}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) dz_q, \quad i = 1, \bar{m}_U, \quad (12)$$

$$dx_j = \mathring{\mathbf{a}} \sum_{q=1}^{m_z} K_{q,j}(\{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) dz_q, \quad j = 1, \bar{m}_z, \quad (13)$$

через которые мы зададим функциональные разложения приведенных выше величин:

- $\frac{3}{4}$  температур и прочих ПВЗ соответственно

$$T_i = T_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0, \quad i = 1, m_U, \quad (14)$$

$$Z_{i,j} = Z_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}), \quad i = 1, m_U, \quad j = 1, m_z, \quad (15)$$

удовлетворяющих условиям полного дифференциала энтропии;

- $\frac{3}{4}$  ПВЗ, характеризующих взаимодействие между молекулярными подсистемами

$$Z_{i,j}^\circ = Z_{i,j}^\circ(\{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}), \quad i = m_U + 1, m_\phi, \quad j = 1, m_z, \quad (16)$$

удовлетворяющих условию полного дифференциала энергий их взаимодействия;

- $\frac{3}{4}$  необратимых составляющих КМ простых подсистем

$$L_{i,r} = L_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0, \quad i = 1, m_r, \quad r = 1, n_c; \quad (17)$$

- $\frac{3}{4}$  обратимых составляющих КМ простых подсистем

$$\mathbf{a}_{i,r} = \mathbf{a}_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}), \quad i = 1, m_r - 1, \quad r = 1, n_c, \quad (18)$$

$$\beta_{i,r} = \beta_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}), \quad i = 1, m_r - 1, \quad r = 1, n_c; \quad (19)$$

<sup>3/4</sup> коэффициентов распределения некомпенсированных теплот

$$b_{i,j} = b_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0, \quad i = 1, m_U, \quad j = 1, m, \quad (20)$$

$$\overset{\circ}{a} b_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) = 1, \quad j = 1, m. \quad (21)$$

Как видно из (12)-(21), введенные величины  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$  и  $x_j$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  целесообразно использовать в качестве ПС рассматриваемой системы (видно из [8, 11, 13, 15, 16]). Такие ПС – более поддающиеся измерению величины.

В частном случае ПС  $e_i = T_i$ ; в таком случае соответствующие частные производные  $C_{p,i}$ ,  $p = 1, m_U$  имеют смысл обратных теплоемкостей [6], а соответствующие частные производные  $\tilde{Q}_{q,i}$ ,  $q = 1, m_z$  – смысл тепловых эффектов, деленных на теплоемкости [6]. Отсюда ПС  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$  (имеющие энергетический смысл) являются приведенными температурами, в общем случае отличающимися от температур (в общем случае нелинейных)  $T_i$ ,  $i = 1, m_U$  и не являющимися ПВЗ; частные производные  $C_{p,i}$ ,  $p = 1, m_U$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$  являются приведенными обратными теплоемкостями, а частные производные  $\tilde{Q}_{q,i}$ ,  $q = 1, m_z$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$  – приведенными тепловыми эффектами. Также в частном случае при некоторых (или при всех)  $i = 1, \bar{m}_U$  параметры состояния  $e_i = U_i$ ; в таком случае соответствующие частные производные  $C_{p,i} \circ 1$ ,  $p = 1, m_U$ , а соответствующие частные производные  $\tilde{Q}_{q,i} \circ 0$ ,  $q = 1, m_z$ .

Величины  $x_j$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  могут быть, например, относительными концентрациями [6], электродными потенциалами [12], оптическими характеристиками [12], измеренными при некоторой фиксированной температуре, или неизмеряемыми параметрами. Т.к. эти величины определяются КС  $z_j$ ,  $j = 1, m_z$ , то эти величины  $x_j$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  являются приведенными КС; частные производные  $K_{q,j}$ ,  $q = 1, m_z$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  имеют смысл передаточных коэффициентов этих приведенных КС. В частных случаях ПС  $x_j = z_j$ ; в таком случае соответствующие частные производные  $K_{q,j} \circ 1$ ,  $q = 1, m_z$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$ .

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИЙ СОСТОЯНИЯ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ И ПРОЦЕССОВ

В силу условий полных дифференциалов энтропии (в общем случае нелинейной) и энергий взаимодействия [11, 13, 15, 16]:

$$\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U_j} \frac{1}{T_i} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z} = \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U_i} \frac{1}{T_j} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z}, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z_k} \frac{1}{T_i} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U} = \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U_i} \overset{\circ}{a} \frac{Z_{j,k}}{T_j} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z}, \quad i = 1, m_U, \quad k = 1, m_z, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z_q} \overset{\circ}{a} \frac{Z_{j,k}}{T_j} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U} = \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial z_k} \overset{\circ}{a} \frac{Z_{j,q}}{T_j} \frac{\partial \mathbb{H}}{\partial U}, \quad q = k + 1, m_z, \quad k = 1, m_z, \quad (24)$$

$$\frac{\mathbb{H}^{\circ}_{z_i,k}}{\mathbb{H}^{\circ}_{z_q}} = \frac{\mathbb{H}^{\circ}_{z_i,q}}{\mathbb{H}^{\circ}_{z_k}}, \quad q = k + 1, m_z, \quad k = 1, m_z, \quad i = m_U + 1, m_{\mathcal{E}}. \quad (25)$$

Отсюда, согласно (12) – (16) уравнения (22)-(25) примут вид:

**Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в ...**

$$\frac{1}{T_i} \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial e_p} \frac{\partial T_i}{\partial e_p} C_{j,p} = \frac{1}{T_j} \frac{\partial \bar{a}_j}{\partial e_p} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} C_{i,p}, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad (26)$$

$$\frac{m_U}{T_j^2} \frac{\partial Z_{j,k}}{\partial e_p} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} C_{i,p} = \frac{1}{T_i^2} \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial e_p} \frac{\partial T_i}{\partial e_p} \tilde{Q}_{k,p} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_q} \frac{\partial T_i}{\partial e_p} K_{k,q} + \frac{m_U}{T_j} \frac{\partial \bar{a}_j}{\partial e_p} \frac{\partial Z_{j,k}}{\partial e_p} C_{i,p}, \quad i = 1, m_U, \quad k = 1, m_z, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{m_U}{T_j} \frac{\partial \bar{a}_j}{\partial e_p} \frac{\partial Z_{j,k}}{\partial e_p} \tilde{Q}_{q,p} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_r} \frac{\partial Z_{j,k}}{\partial e_p} K_{q,r} - \frac{m_U}{T_j^2} \frac{\partial Z_{j,k}}{\partial e_p} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} \tilde{Q}_{q,p} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_r} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} K_{q,r} = \\ & = \frac{m_U}{T_j} \frac{\partial \bar{a}_j}{\partial e_p} \frac{\partial Z_{j,q}}{\partial e_p} \tilde{Q}_{k,p} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_r} \frac{\partial Z_{j,q}}{\partial e_p} K_{k,r} - \frac{m_U}{T_j^2} \frac{\partial Z_{j,q}}{\partial e_p} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} \tilde{Q}_{k,p} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_r} \frac{\partial T_j}{\partial e_p} K_{k,r} \end{aligned}$$

$q = k + 1, m_z, k = 1, m_z.$

(28)

$$\frac{\bar{m}_U}{\partial x_r} \frac{\partial Z_{i,k}^0}{\partial e_p} K_{q,r} = \frac{\bar{m}_U}{\partial x_r} \frac{\partial Z_{i,q}^0}{\partial e_p} K_{k,r}, \quad q = k + 1, m_z, \quad k = 1, m_z, \quad i = m_U + 1, m_U, \quad (29)$$

Также функции состояния для частных производных по КС приведенных температур и приведенных КС должны удовлетворять условию (3):

$$\frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial C_{p,i}}{\partial e_k} C_{q,k} = \frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial C_{q,i}}{\partial e_k} C_{p,k}, \quad p = q + 1, m_U, \quad q = 1, m_U - 1, \quad i = 1, \bar{m}_U, \quad (30)$$

$$\frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial C_{p,i}}{\partial e_k} \tilde{Q}_{q,k} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_k} \frac{\partial C_{p,i}}{\partial e_k} K_{q,k} = \frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial \tilde{Q}_{q,i}}{\partial e_k} C_{p,i}, \quad p = 1, m_U, \quad q = 1, m_z, \quad i = 1, \bar{m}_U, \quad (31)$$

$$\frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial \tilde{Q}_{q,i}}{\partial e_k} \tilde{Q}_{p,k} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{Q}_{q,i}}{\partial e_k} K_{p,k} = \frac{\bar{m}_U}{\partial e_k} \frac{\partial \tilde{Q}_{p,i}}{\partial e_k} \tilde{Q}_{q,k} + \frac{\bar{m}_z}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{Q}_{p,i}}{\partial e_k} K_{q,k}, \quad p = q + 1, m_z, \quad q = 1, m_z - 1, \quad i = 1, \bar{m}_U. \quad (32)$$

$$\frac{\bar{m}_z}{\partial x_k} \frac{\partial K_{q,j}}{\partial e_p} K_{p,k} = \frac{\bar{m}_z}{\partial x_k} \frac{\partial K_{p,j}}{\partial e_p} K_{q,k}, \quad p = q + 1, m_z, \quad q = 1, m_z - 1, \quad j = 1, \bar{m}_z, \quad (33)$$

Соотношения (26) – (33) представляют собой необходимые и достаточные условия существования функций  $e_i = e_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$  для приведенной температуры и  $x_j = x_j(z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  для приведенных КС, а также существования полного дифференциала энтропии.

**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАДАННЫХ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ВИДЕ ФУНКЦИЙ СОСТОЯНИЯ**

Для приведенных температур и приведенных КС согласно (12) и (13):

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{m_U}{p=1} C_{p,i} \frac{dU_p}{dt} + \frac{m_z}{q=1} \tilde{Q}_{q,i} \frac{dz_q}{dt}, \quad i = 1, \bar{m}_U, \quad \frac{dx_j}{dt} = \frac{m_z}{q=1} K_{q,j} \frac{dz_q}{dt}, \quad j = 1, \bar{m}_z. \quad (34)$$

Задавая различные временные функции для КС  $U_i = U_i(t)$ ,  $i = 1, m_U$  и  $z_j = z_j(t)$ ,  $j = 1, m_z$ , мы также (как из (4) – (7)) получим из (34) функции  $e_i = e_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$ ,  $\bar{m}_U \notin m_U$  и  $x_j = x_j(z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$ ,  $\bar{m}_z \notin m_z$  [8]. Более того, из единственности решения системы дифференциальных уравнений (34) следует единственность функций  $e_i = e_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$ ,  $\bar{m}_U \notin m_U$  и  $x_j = x_j(z_1, \dots, z_{m_z})$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$ ,  $\bar{m}_z \notin m_z$ , удовлетворяющих (12) и (13) [8].

Задав функциональные разложения для:

$\frac{3}{4}$  ПВЗ  $Z_{i,j} = Z_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_U$ ,  $j = 1, m_z$ ,  $Z_{i,j} = Z_{i,j}^\circ(\{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = m_U + 1, m_z$ ,  $j = 1, m_z$  и  $T_i = T_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_U$ , приведенных обратных теплоемкостей  $C_{p,i} = C_{p,i}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $p = 1, m_U$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$ , приведенных тепловых эффектов  $\tilde{Q}_{q,i} = \tilde{Q}_{q,i}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $q = 1, m_z$ ,  $i = 1, \bar{m}_U$ , передаточных коэффициентов приведенных КС  $K_{q,j} = K_{q,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $q = 1, m_z$ ,  $j = 1, \bar{m}_z$  путем задания независимых составляющих этих величин и решения системы уравнений (26) – (33) для этих величин;

$\frac{3}{4}$  обратимых составляющих КМ простых подсистем  $\alpha_{i,r} = \alpha_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_r - 1$ ,  $r = 1, n_c$  и  $\beta_{i,r} = \beta_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_r - 1$ ,  $r = 1, n_c$ ;

$\frac{3}{4}$  необратимых составляющих КМ простых подсистем  $L_{i,r} = L_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_r$ ,  $r = 1, n_c$ ;

$\frac{3}{4}$  коэффициентов распределения некомпенсированных теплот  $b_{i,j} = b_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_U$ ,  $j = 1, m$ , удовлетворяющих условию (21), путем задания функциональных разложений для некоторых величин  $B_{i,j} = B_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_U$ ,  $j = 1, m$  и дальнейшего определения  $b_{i,j} = b_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) > 0$ ,  $i = 1, m_U$ ,  $j = 1, m$  в силу:

$$b_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}) = \frac{B_{i,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})}{\overset{\circ}{a} \prod_{l=1}^{m_U} B_{l,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})}, \quad i = 1, m_U, \quad j = 1, m,$$

получаем далее функциональные разложения для КМ  $\overline{DA}_r = \overline{DA}_r(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $r = 1, n_c$  простых подсистем в соответствии с формализмом [11]:

1. КМ каждой  $r$ -й простой подсистемы  $\overline{DA}_r = \overline{DA}_r(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $r = 1, n_c$  представляется в блочном виде:

$$\overline{DA}_r = \begin{matrix} \alpha \\ \xi \end{matrix} \overline{DA}_{1,r} \quad \alpha_{1,r} \overline{DA}_{m_r-1,r} \quad \frac{\ddot{\circ}}{\div} \\ \xi \overline{DA}_{m_r-1,r} \beta_{1,r} \quad \overline{DA}_{m_r-1,r} \quad \emptyset, \quad r = 1, n_c,$$

**Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в ...**

где  $D\bar{A}_{m_r-i,r} = D\bar{A}_{m_r-i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_r - 2$ ,  $r = 1, n_c$

$$D\bar{A}_{m_r-i,r} = \begin{matrix} \alpha \\ \xi \\ \beta \end{matrix} D\bar{A}_{i+1,r} \quad \alpha_{i+1,r} D\bar{A}_{m_r-i-1,r} \frac{\ddot{\circ}}{\circ} \\ \xi D\bar{A}_{m_r-i-1,r} \beta_{i+1,r} \quad D\bar{A}_{m_r-i-1,r} \frac{\ddot{\circ}}{\circ} \\ \emptyset \end{matrix}, \quad i = 1, m_r - 2, \quad D\bar{A}_{1,r} = L_{m_r,r}, \\ r = 1, n_c.$$

2. Определяем приведенную обратимую составляющую КМ простых подсистем  $\bar{\alpha}_{i,r} = \bar{\alpha}_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_r - 1$ ,  $r = 1, n_c$ :

$$\bar{\alpha}_{i,r} = (\alpha_{i,r} D\bar{A}_{m_r-i,r} + \beta_{i,r}^T D\bar{A}_{m_r-i,r}^T) (D\bar{A}_{m_r-i,r} + D\bar{A}_{m_r-i,r}^T)^{-1}, \quad i = 1, m_r - 1, \quad r = 1, n_c.$$

3. Определяем диагональные коэффициенты  $D\bar{A}_{i,r} = D\bar{A}_{i,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $i = 1, m_r - 1$ ,  $r = 1, n_c$  КМ  $\Delta\bar{A}_r$ ,  $r = 1, n_c$  простых подсистем:

$$D\bar{A}_{i,r} = L_{i,r} + \bar{\alpha}_{i,r} D\bar{A}_{m_r-i,r} \bar{\alpha}_{i,r}^T, \quad i = 1, m_r - 1, \quad r = 1, n_c.$$

4. Применяя итерационно для  $i = 1, m_r - 1$  пп. 1 – 3, получим КМ (функциональные разложения для КМ)  $\Delta\bar{A}_r$ ,  $r = 1, n_c$  простых подсистем.

Независимые составляющие свойств веществ и процессов представимы в виде [10, 11]:

$$Z_{\text{нез}}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}) = Z_{\text{нез}}^0(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}) + \\ + \begin{matrix} N_{e_1} & N_{e_{m_U}} & N_{x_1} & N_{x_{m_z}} \\ \mathring{a} & \mathring{a} & \mathring{a} & \mathring{a} \end{matrix} a_{n_{e_1}, \dots, n_{e_{m_U}}, n_{x_1}, \dots, n_{x_{m_z}}} \begin{matrix} \alpha_{i=1}^{m_U} \\ \xi \\ \beta \end{matrix} \frac{(\tilde{e}_i - \tilde{e}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \frac{\ddot{\circ} \alpha_{i=1}^{m_z}}{\beta} \frac{(\tilde{x}_i - \tilde{x}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \frac{\ddot{\circ}}{\circ} \\ \tilde{e}_i = \tilde{e}_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}), \quad \tilde{e}_i^{(0)} = \tilde{e}_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}), \quad i = 1, \bar{m}_U, \\ \tilde{z}_i = \tilde{z}_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}), \quad \tilde{z}_i^{(0)} = \tilde{z}_i(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}, \mathbf{p}), \quad i = 1, \bar{m}_z. \quad (35)$$

Задав функциональные разложения для свойств веществ и процессов, получим модель динамики ФХП в рассматриваемой системе в соответствии с формализмом [11, 16]:

1. Генерируем значения случайных составляющих внешних потоков теплоты  $(dQ_i^{(e)}/dt)_{ci}$ ,  $i = 1, m_U$  и прочих КС в систему  $(d^{(e)}z_q/dt)_{cq}$ ,  $q = 1, m_z$  и

случайные ТС  $DX_{Qi,j}^{(ca)}$ ,  $j \neq i = 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$  и  $DX_{Dzq}^{(ca)}$ ,  $q = 1, m_{Dz}$ .

2. Определяем ТС, движущие рассматриваемые ФХП,  $DX_{Qi,j} = DX_{Qi,j}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j \neq i = 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$  и

$DX_{Dzq} = DX_{Dzq}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $q = 1, m_{Dz}$  в соответствии с:

$$DX_{Q,i,j} = \frac{T_i^*}{T_i} - \frac{T_j^*}{T_j}, \quad j \neq i = 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1,$$

$$DX_{Dzq} = \begin{matrix} \alpha \\ \xi \\ \beta \end{matrix} \mathring{a}_{i=1}^{m_U} b_{i,q} \frac{T_i^*}{T_i} \frac{\ddot{\circ} m_z}{\beta} \mathring{a}_{j=1}^{m_U} \xi \mathring{a}_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \mathring{a}_{l=m_U+1}^{m_z} Z_{l,j} \frac{\ddot{\circ}}{\circ} a_{j,q}, \quad q = 1, m_{Dz},$$

где  $a_{j,q}$ ,  $j = 1, m_z$ ,  $q = 1, m_{Dz}$  - коэффициенты матрицы баланса рассматриваемой системы (в общем случае  $a_{j,q} = a_{j,q}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j = 1, m_z$ ,  $q = 1, m_{Dz}$ ).

3. Определяем ТС в простых подсистемах  $D\bar{X}_{Qi,j,r} = D\bar{X}_{Qi,j,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$ ,  $r = 1, n_c$  и  $D\bar{X}_{Dzq,r} = D\bar{X}_{Dzq,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  в соответствие с:

$$D\bar{X}_{Qi,j,r} = DX_{Qi,j}, \quad j \neq i - 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad r = 1, n_c,$$

$$D\bar{X}_{Dzq,r} = \overset{\bar{m}_{Dz}}{\underset{j=1}{\mathbf{a}}} \mathcal{G}_{j,q,r} DX_{Dzj}, \quad q = 1, \bar{m}_{Dz,r}, \quad r = 1, n_c,$$

где  $\mathcal{G}_{j,q,r}$ ,  $j = 1, m_{Dz}$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  - коэффициенты матрицы баланса простых подсистем (в общем случае  $\mathcal{G}_{j,q,r} = \mathcal{G}_{j,q,r}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j = 1, m_{Dz}$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$ ).

4. Определяем случайные ТС в простых подсистемах  $D\bar{X}_{Qi,j,r}^{(cl)}$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$ ,  $r = 1, n_c$  и  $D\bar{X}_{Dzq,r}^{(cl)}$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  в соответствие с:

$$D\bar{X}_{Qi,j,r}^{(cl)} = DX_{Qi,j}^{(cl)}, \quad j \neq i - 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad r = 1, n_c,$$

$$D\bar{X}_{Dzq,r}^{(cl)} = \overset{\bar{m}_{Dz}}{\underset{j=1}{\mathbf{a}}} \mathcal{G}_{j,q,r} DX_{Dzj}^{(cl)}, \quad q = 1, \bar{m}_{Dz,r}, \quad r = 1, n_c.$$

5. Определяем скорости переноса теплоты  $d\bar{Q}_{l,g,r}^{(nep)}/dt$ ,  $g \neq l - 1, m_U$ ,  $l = 1, m_U - 1$ ,  $r = 1, n_c$  и протекания прочих ФХП  $dDz_{q,r}/dt$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  в простых подсистемах:

$$\frac{d\bar{Q}_{l,g,r}^{(nep)}}{dt} = \overset{m_U-1}{\underset{l=1}{\mathbf{a}}} \overset{m_U}{\underset{g=l+1}{\mathbf{a}}} D\bar{A}_{Qi,j}^{Qr,l,g} (D\bar{X}_{Ql,g,r} + D\bar{X}_{Ql,g,r}^{(cl)}) + \overset{\bar{m}_{Dz,r}}{\underset{p=1}{\mathbf{a}}} D\bar{A}_{Qr,i,j}^{Dz,p} (D\bar{X}_{Dzp,r} + D\bar{X}_{Dzp,r}^{(cl)})$$

$$, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad r = 1, n_c;$$

$$\frac{dDz_{q,r}}{dt} = \overset{m_U-1}{\underset{l=1}{\mathbf{a}}} \overset{m_U}{\underset{g=l+1}{\mathbf{a}}} D\bar{A}_{Dzr,q}^{Ql,g} (D\bar{X}_{Ql,g,r} + D\bar{X}_{Ql,g,r}^{(cl)}) + \overset{\bar{m}_{Dz,r}}{\underset{p=1}{\mathbf{a}}} D\bar{A}_{Dzq}^{Dzr,p} (D\bar{X}_{Dzp,r} + D\bar{X}_{Dzp,r}^{(cl)})$$

$$, \quad q = 1, \bar{m}_{Dz,r}, \quad r = 1, n_c,$$

где  $D\bar{A}_{Qi,j}^{Qr,l,g} = D\bar{A}_{Qi,j}^{Qr,l,g}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $g \neq l - 1, m_U$ ,  $i, l = 1, m_U - 1$ ,  $r = 1, n_c$  - главные коэффициенты переноса теплоты в простых подсистемах;  $D\bar{A}_{Qr,i,j}^{Dz,p} = D\bar{A}_{Qr,i,j}^{Dz,p}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$ ,  $p = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  - перекрестные коэффициенты переноса теплоты в простых подсистемах;  $D\bar{A}_{Dzr,q}^{Ql,g} = D\bar{A}_{Dzr,q}^{Ql,g}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $g \neq l - 1, m_U$ ,  $l = 1, m_U - 1$ ,  $q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  - перекрестные коэффициенты остальных процессов в простых подсистемах;  $D\bar{A}_{Dzq}^{Dzr,p} = D\bar{A}_{Dzq}^{Dzr,p}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z})$ ,  $p, q = 1, \bar{m}_{Dz,r}$ ,  $r = 1, n_c$  - главные коэффициенты остальных процессов в простых подсистемах.

6. Определяем положительно определенную КМ всей системы:

1. главные коэффициенты переноса теплоты в системе
- $$DA_{Qi,j}^{Ql,g} = DA_{Qi,j}^{Ql,g}(\{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z}), \quad j \neq i - 1, m_U, \quad g \neq l - 1, m_U,$$
- $$i, l = 1, m_U - 1;$$

**Задание функций состояния для свойств веществ и процессов в ...**

$$DA_{Qi,j}^{Ql,g} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} DA_{Qi,j}^{Qr,l,g}, \quad j \neq i - 1, m_U, \quad g \neq l - 1, m_U, \quad i, l = 1, m_U - 1;$$

2. перекрестные коэффициенты переноса теплоты в системе

$$DA_{Qi,j}^{Dzp} = DA_{Qi,j}^{Dzp} \left( \{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z} \right), \quad j \neq i - 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad p = 1, m_{Dz};$$

$$DA_{Qi,j}^{Dzp} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{f=1}{\mathbf{a}}} DA_{Qr,i,j}^{Dzf} g_{p,f,r}, \quad j \neq i - 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad p = 1, m_{Dz};$$

3. перекрестные коэффициенты остальных процессов в системе

$$DA_{Dzq}^{Ql,g} = DA_{Dzq}^{Ql,g} \left( \{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z} \right), \quad g \neq l - 1, m_U, \quad l = 1, m_U - 1, \quad q = 1, m_{Dz};$$

$$DA_{Dzq}^{Ql,g} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{f=1}{\mathbf{a}}} g_{q,f,r} DA_{Dzr,f}^{Ql,g}, \quad g \neq l - 1, m_U, \quad l = 1, m_U - 1, \quad q = 1, m_{Dz};$$

4. главные коэффициенты остальных процессов в системе

$$DA_{Dzq}^{Dzp} = DA_{Dzq}^{Dzp} \left( \{e_k\}_{k=1}^{\bar{m}_U}, \{x_k\}_{k=1}^{\bar{m}_z} \right), \quad p, q = 1, m_{Dz};$$

$$DA_{Dzq}^{Dzp} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{f=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{j=1}{\mathbf{a}}} g_{q,f,r} DA_{Dzr,j}^{Dzf} g_{p,j,r}, \quad p, q = 1, m_{Dz}.$$

7. Определяем скорости переноса теплоты  $dQ_{i,j}^{(nep)}/dt$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$  и протекания прочих ФХП  $d\Delta z_q/dt$ ,  $q = 1, m_{Dz}$  в системе:

$$\frac{dQ_{i,j}^{(nep)}}{dt} = \overset{\circ}{\underset{l=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{g=l+1}{\mathbf{a}}} DA_{Qi,j}^{Ql,g} (DX_{Ql,g} + DX_{Ql,g}^{(cn)}) + \overset{\circ}{\underset{p=1}{\mathbf{a}}} DA_{Qi,j}^{Dzp} (DX_{Dzp} + DX_{Dzp}^{(cn)}),$$

$$j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1;$$

$$\frac{dDz_q}{dt} = \overset{\circ}{\underset{l=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{g=l+1}{\mathbf{a}}} DA_{Dzq}^{Ql,g} (DX_{Ql,g} + DX_{Ql,g}^{(cn)}) + \overset{\circ}{\underset{p=1}{\mathbf{a}}} DA_{Dzq}^{Dzp} (DX_{Dzp} + DX_{Dzp}^{(cn)}), \quad q = 1, m_{Dz}.$$

8. Скорости переноса теплоты  $dQ_{i,j}^{(nep)}/dt$ ,  $j \neq i - 1, m_U$ ,  $i = 1, m_U - 1$  и протекания прочих ФХП  $d\Delta z_q/dt$ ,  $q = 1, m_{Dz}$  в системе можно также определить и согласно:

$$\frac{dQ_{i,j}^{(nep)}}{dt} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} \frac{d\bar{Q}_{i,j,r}^{(nep)}}{dt}, \quad j \neq i - 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1,$$

$$\frac{dDz_q}{dt} = \overset{\circ}{\underset{r=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{f=1}{\mathbf{a}}} g_{q,f,r} \frac{dDz_{f,r}}{dt}, \quad q = 1, m_{Dz}.$$

9. Определяем мощности выделения некомпенсированной теплоты  $dQ_q^{(нек)}/dt$ ,  $q = 1, m_{Dz}$ :

$$\frac{dQ_q^{(нек)}}{dt} = \overset{\circ}{\underset{j=1}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{l=1}{\mathbf{a}}} Z_{l,j} + \overset{\circ}{\underset{l=m_U+1}{\mathbf{a}}} Z_{l,j} \overset{\circ}{\underset{\emptyset}{\mathbf{a}}} \overset{\circ}{\underset{\emptyset}{\mathbf{a}}} \frac{dDz_q}{dt}, \quad q = 1, m_{Dz}.$$

10. Определяем скорости  $dQ_i/dt$ ,  $i = 1, m_U$  сообщения теплот к энергетическим степеням свободы:

$$\frac{dQ_i}{dt} = \overset{\circ}{\underset{j=i+1}{\mathbf{a}}} \frac{dQ_{i,j}^{(nep)}}{dt} - \overset{\circ}{\underset{j=1}{\mathbf{a}}} \frac{dQ_{i,j}^{(nep)}}{dt} + \overset{\circ}{\underset{q=1}{\mathbf{a}}} b_{i,q} \frac{dQ_q^{(нек)}}{dt} + \frac{dQ_i^{(e)}}{dt} + \overset{\circ}{\underset{\xi}{\mathbf{a}}} \frac{dQ_i^{(e)}}{dt} \overset{\circ}{\underset{\emptyset_{cn}}{\mathbf{a}}}, \quad i = 1, m_U.$$

11. Определяем скорости изменения КП:

$$\frac{dz_j}{dt} = \overset{m_z}{\underset{q=1}{\mathring{a}}} a_{i,q} \frac{dZ_q}{dt} + \frac{d^{(e)}z_j}{dt} + \frac{\mathring{a} d^{(e)}z_j}{\xi dt} \frac{\ddot{\xi}}{\dot{\xi}}, \quad j = 1, m_z;$$

$$\frac{dU_i}{dt} = \frac{dQ_i}{dt} - \overset{m_z}{\underset{j=1}{\mathring{a}}} Z_{1,j} \frac{dz_j}{dt}, \quad i = 1, m_U.$$

12. Определяем скорости изменения приведенных температур и приведенных КС:

$$\frac{de_i}{dt} = \overset{m_U}{\underset{p=1}{\mathring{a}}} C_{p,i} \frac{dU_p}{dt} + \overset{m_z}{\underset{q=1}{\mathring{a}}} \tilde{Q}_{q,i} \frac{dz_q}{dt}, \quad i = 1, \overline{m_U}; \quad \frac{dx_j}{dt} = \overset{m_z}{\underset{q=1}{\mathring{a}}} K_{q,j} \frac{dz_q}{dt}, \quad j = 1, \overline{m_z}.$$

Приведенный формализм дает полную систему уравнений динамики ФХП и является более удобным для построения моделей динамики ФХП, т.к. в качестве ПС используются величины, как правило, измеряемые хотя бы в лабораторных системах.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенные в соответствии с приведенным в настоящей работе формализмом модели динамики ФХП, включающие в себя законы сохранения, второе начало термодинамики, прочие физические особенности, зашитые в (34), далее численно-аналитически преобразовываются после оценки из экспериментальных данных входящих в (34) коэффициентов в модель рассматриваемой системы [17, 18]. Такая модель (гарантирующая непротиворечие началам термодинамики и прочим физическим особенностям протекания ФХП) на вход принимает наблюдаемые параметры системы и возвращает контролируемые параметры системы. Наблюдаемые и контрольные параметры связаны с введенными в настоящей работе ПС системы. Такая модель уже используется для решения практических задач [1-3, 5, 14]. Возможность измерения введенных в настоящей работе ПС в лабораторных системах снижает трудоемкость оценки коэффициентов, входящих в функциональные разложения (34).

В работе [11] рассматривается программная реализация формализма современной неравновесной термодинамики в виде модельно-ориентированных блоков, реализующих этот изложенный в [11, 13, 15, 16] формализм. Функции состояния для свойств веществ и процессов реализуются в виде отдельных суперблоков [11]. Приведенный в настоящей работе формализм современной неравновесной термодинамики также может быть реализован с использованием этих модельно-ориентированных блоков, добавив соответствующие суперблоки функций состояния, реализующих (12) и (13). Таким образом, изложенная в [11] программная реализация формализма современной неравновесной термодинамики вбирает в себя и приведенный в настоящей работе формализм современной неравновесной термодинамики.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов А.В. Системный анализ. – М.: Высшая школа, 2004. – 454 с.
2. Барзилович В.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. – М.: Высшая школа, 1982. – 231 с.
3. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб: Профессия, 2003. – 752 с.
4. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика: теория равновесных систем. Термодинамика. Т.1. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 240 с.

5. Колодежный Л.П., Чернодаров А.В. Надежность и техническая диагностика. – М.: ВУНЦ ВВС ВВА им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, 2010. – 452 с.
6. Крутов В.И., Исаев С.И., Кожин И.А. Техническая термодинамика. – М.: Высшая школа, 1991. – 384 с.
7. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М.: Энергия, 1978. – 704 с.
8. Рашевский П.К. Геометрическая теория уравнений с частными производными. – М.-Л.: ОГИЗ Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. – 356 с.
9. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения: монография. – М.: Издательство иностранной литературы, 1953. – 346 с.
10. Старостин И.Е. Задание функций состояния для величин, входящих в формализм потенциально-потокowego метода описания динамики физико-химических процессов // Материалы XVI международной научно-практической конференции «Инновационные, информационные и коммуникационные технологии», г. Сочи, 1 – 10 окт. 2019. Москва. – 2019. – С. 317 – 322.
11. Старостин И.Е., Степанкин А.Г. Программная реализация методов современной неравновесной термодинамики. И система симуляции физико-химических процессов SimulationNonEqProcSS v.0.1.0. – Бо Бассен, Маврикий: Lambert academic publishing, 2019. – 127 с.
12. Харитонов Ю.Я. Аналитическая химия. Аналитика. Т.2. Количественный анализ. Физико-химические (инструментальные) методы анализа. – М.: Высшая школа, 2003. – 558 с.
13. Эткин В.А. Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии). – СПб: Наука, 2008. – 409 с.
14. Eukhoff P. Systems identification: parametrs and state estimation. – Eindhoven, Netherlands: University of technology, 1975. – 680 p.
15. Jou D., Casas-Vazquez J., Lebon G. Extended irreversible thermodynamics. – New York, USA: Springer, 2006. – 528 p.
16. Starostin I.E., Bykov V.I. Kinetic theorem of modern non-equilibrium thermodynamics. – Raleigh (North Carolina, USA): Open Science Publishing, 2017. – 229 p.
17. Starostin I.E., Khalutin S.P. Identification of system models from potential-stream equations of the basis of deep learning on experimental data // Civil Aviation High Technologies. – 2020. – V. 23 (2). – P. 47 – 58.
18. Starostin I.E., Khalutin S.P. Obtaining robotic object models from the equations of the potential-flow method // 20th international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices EDM 2019, Erlagol, Altai Republic 29 June – 3 July 2019, Novosibirsk. – 2019. – P. 678 – 684.

**SETTING THE STATE FUNCTIONS FOR THE PROPERTIES OF  
SUBSTANCES AND PROCESSES IN A DIFFERENTIAL FORM**

**Starostin I.E.**<sup>1</sup> (Cand. Sci. (Technology), Associate Prof.),

**Khalyutin S.P.**<sup>2</sup> (Dr. Sci. (Technology)),

**Bykov V.I.**<sup>3</sup> (Dr. Sci. (Phys. and Math.))

<sup>1</sup>*Moscow State Technical University of Civil Aviation (MSTU CA), Moscow, Russian Federation;*  
**starostinigo@yandex.ru**

<sup>2</sup>*Moscow State Technical University of Civil Aviation (MSTU CA), Moscow, Russian Federation;*  
**s.khalutin@mstuca.aero**

<sup>3</sup>*Institute of Biochemical Physics. N.M. Emanuel RAS (IBCP RAS), Moscow, Russian Federation;*  
**vibykov@mail.ru**

**Abstract.** Analysis and mathematical modeling of processes of various physical and chemical nature is important for solving various practical problems. To simulate complex processes, the author previously developed a unified formalism for describing and modeling physical and chemical processes of various natures within the framework of modern non-equilibrium thermodynamics. To implement the models obtained by this formalism in a numerical form, it is necessary to specify (in numerical form) state functions for the properties of substances and processes. These state functions can be specified either directly (using functional expansions), or the partial derivatives of these functions with respect to the state coordinates are given. The state functions for the irreversible components of the kinetic matrices should be positive definite, for the interaction potentials - satisfy the condition of the total entropy differential (in the general case, nonlinear), for the distribution coefficients of uncompensated heats - positive definite and give a total of unity. If the state function is specified in a differential form, then the condition of the full differential of this state function must be additionally fulfilled. This article is devoted to the assignment of state functions for the properties of substances and processes in a differential form.

**Keywords:** modern non-equilibrium thermodynamics, state functions, total differential condition.

#### REFERENCES

1. Antonov A.V. Sistemnyj analiz [System analysis]. M.: Vysshaya shkola. 2004. 454 p.
2. Barzilovich V.Yu. Modeli tekhnicheskogo obsluzhivaniya slozhnykh system [Maintenance models for complex systems]. M.: Vysshaya shkola. 1982. 231 p.
3. Bessekerskiy V.A., Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya [Theory of automatic control systems]. SPb: Professiya. 2003. 752 p.
4. Kvasnikov I.A. Termodinamika i statisticheskaya fizika: teoriya ravnovesnykh sistem. Termodinamika. T.1 [Thermodynamics and statistical physics: theory of equilibrium systems. Thermodynamics. V.1]. M.: Editorial URSS. 2003. 240 p.
5. Kolodezhnyj L.P., Chernodarov A.V. Nadezhnost' i tekhnicheskaya diagnostika [Reliability and technical diagnostics]. M.: VUNTs VVS VVA im. N.E. Zhukovskogo i Yu.A. Gagarina. 2010. 452 p.
6. Krutov V.I., Isaev S.I., Kozhinov I.A. Tekhnicheskaya termodinamika [Technical thermodynamics]. M.: Vys-shaya shkola. 1991. 384 p.
7. Preobrazhenskiy V.P. Teplotekhnicheskije izmereniya i pribory [Heat engineering measurements and devices]. M.: Energiya. 1978. 704 p.
8. Rashevskiy P.K. Geometricheskaya teoriya uravneniy s chastnymi proizvodnymi [Geometric theory of partial differential equations]. M.-L.: OGIZ Gosudarstvennoe izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury. 1947. 356 p.
9. Sansone Dzh. Obyknovennye differentsial'nye uravneniya: monografiya [Ordinary differential equations: monograph]. M.: Izdatel'stvo inostrannoy literatury. 1953. 346 p.
10. Starostin I.E. Zadanie funkciy sostojaniya dlja velichin, vhodjashhih v formalizm potencial'no-potokovogo metoda opisanija dinamiki fiziko-himicheskikh processov [Setting state functions for quantities included in the formalism of the potential-flow method for describing the dynamics of physicochemical processes] Materialy XVI mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Innovacionnye, informacionnye i kommunikacionnye tehnologii», g. Sochi, 1 – 10 okt. 2019 – Materials of the XVI international scientific-practical conference «Innovative, information and communication technologies», Sochi, 1 - 10 oct. 2019, Moscow. 2019. P. 317-322.
11. Starostin I.E., Stepankin A.G. Programmaja realizacija metodov sovremennoj neravnovesnoj termodinamiki. I sistema simuljatsii fiziko-himicheskikh processov SimulationNonEqProcSS v.0.1.0 [Software implementation of modern nonequilibrium

thermodynamics methods. And a system for simulating physicochemical processes SimulationNonEqProcSS v.0.1.0]. Bo Bassin, Mauritius: Lambert academic publishing. 2019. 127 p.

12. Kharitonov Yu.Ya. Analiticheskaya khimiya. Analitika. V.2. Kolichestvennyy ana-liz. Fiziko-khimicheskie (instrumental'nye) metody analiza [Analytical chemistry. Analytics. V.2. Quantitative analysis. Physicochemical (instrumental) methods of analysis]. M.: Vysshaya shkola, 2003. 558 s.

13. Etkin V.A. Energodinamika: sintez teorij perenosa i preobrazovaniya energii [Energodynamics: synthesis of theories of energy transfer and transformation], trans. from English. St. Petersburg, Science. 2008. 409 p.

14. Eykhoff P. Systems identification: parametrs and state estimation. Eindhoven, Netherlands: University of technology, 1975. 680 p.

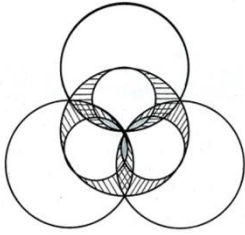
15. Jou D., Casas-Vazquez J., Lebon G. Extended irreversible thermodynamics. New York, USA: Springer, 2006. 528 p.

16. Starostin I.E., Bykov V.I. Kinetic theorem of modern non-equilibrium thermodynamics. Raleigh (North Carolina, USA): Open Science Publishing, 2017. 229 p.

17. Starostin I.E., Khalutin S.P. Identification of system models from potential-stream equations of the basis of deep learning on experimental data // Civil Aviation High Technologies. 2020. V. 23(2). P. 47-58.

18. Starostin I.E., Khalutin S.P. Obtaining robotic object models from the equations of the potential-flow method // 20th international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices EDM 2019, Erlagol, Altai Republic 29 June – 3 July 2019, Novosibirsk. 2019. P. 678-684.

УДК 001.5; 008



## ДЕРЕВО ЭВОЛЮЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЗРИТЕЛЬНОГО ВОСПРИЯТИЯ ЧЕЛОВЕКА: ВОЗМОЖНОСТЬ РЕКОНСТРУКЦИИ. ЧАСТЬ 1

Смирнов В. Л. (к. ф.-м. н.)

Санкт-Петербург, РФ; [VladimirL.Smirnov@yandex.ru](mailto:VladimirL.Smirnov@yandex.ru)

**Аннотация.** Выдвигается гипотеза, согласно которой при развёртывании изображений в европейской живописи от эпохи Возрождения до абстракционизма включительно повторяются в обратном порядке этапы эволюции системы зрительного восприятия человека как вида. При этом художниками, которые используют те или иные художественные приёмы, воспроизводятся архаические способы видения, характерные для системы зрительного восприятия на разных этапах её формирования. Ставится задача выявить схему, с помощью которой одинаково удобно описывать сценарии – последовательности структурных событий, как в системе зрительного восприятия человека, так и в системе изображений. Для этого названные системы представляются как компоненты единого циклического процесса. Хорошо описанные стили и стилевые направления в живописи рассматриваются в качестве основы анализа. Предлагается: а) очистить систему изображений от сюжетных и эстетических элементов; б) заполнить выявленную схему оставшимися структурными компонентами; в) прочитать полученную последовательность структурных событий в обратном порядке и тем самым реконструировать архаические способы видения. Результат анализа представляется как иерархическая конструкция – дерево эволюции системы зрительного восприятия, ветви и ствол которого заполнены визуальными парадигмами – способами видения, большая часть которых является архаикой. Названные способы сформировались в процессе эволюции условного носителя системы зрительного восприятия, к которому относится не только человек, но и, возможно, предшествовавшие ему биологические виды. Используется структурный подход, ориентированный на отказ от специфики исследуемого объекта. Изображения и образы рассматриваются как структурные эквиваленты наблюдаемых объектов внешнего мира. Методика является тринитарной, т.е. выделяются элементы оппозиции и базовый элемент между ними. Проблема рассматривается с разных точек зрения. Используются такие представления, как цикличность – необратимость, порядок – хаос, непрерывность – дискретность и лингвистическая логика. Большое внимание уделяется ситуации, при которой в системе зрения реализуется двусмысленная “распознающая” интерпретация – появляются и конкурируют два дополнительных (взаимоисключающих) первичных смысла. Работа является междисциплинарной, для решения задачи привлекается широкий контекст.

**Ключевые слова:** структура, эволюция, дерево эволюции, лингвистическая логика, двусмысленные изображения, зрительное восприятие.

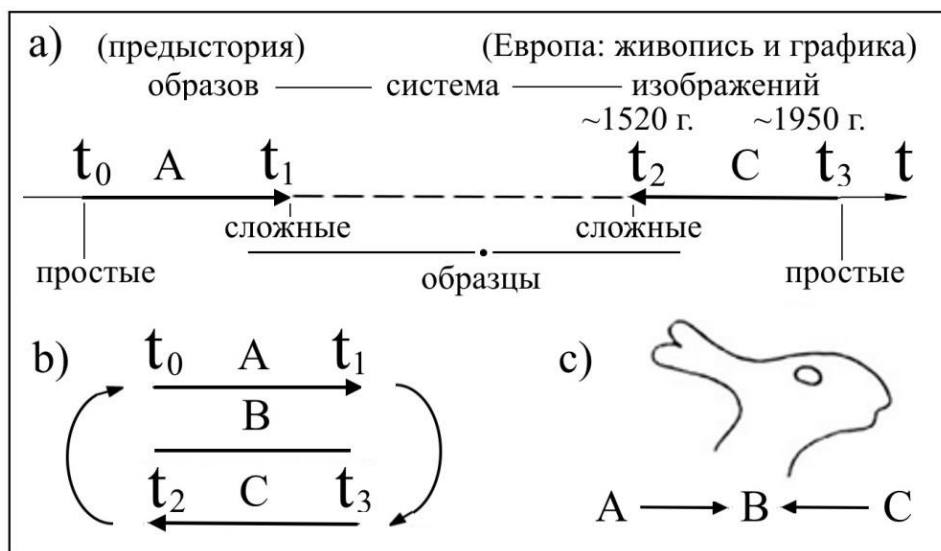
### 1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

*Характеристика ситуации.* Система зрительного восприятия человека и система изображений в искусстве [1, 7, 31] тесно связаны, однако основы их взаимодействия изучены недостаточно. Первая из названных систем здесь трактуется в широком плане, который включает предысторию – эволюцию системы, т.е. её

развёртывание от зарождения до настоящего времени. Человек в таком случае понимается уже как вид с его возможными предшественниками, однако этапы этого процесса трансформации в достаточной степени не выявлены. Что касается системы изображений, то она детально описана. Однако, как правило, при её изучении акцент переносится на сюжетные и эстетические аспекты анализируемых произведений и лишь в малой степени затрагиваются элементы, из которых составлено изображение, а также их связи между собой и с системой зрительного восприятия. Исключением, по-видимому, является [3] только Венская школа.

*Объект исследования.* Для того, чтобы охарактеризовать объект исследования и прояснить постановку задачи, обратимся к рис. 1, где ситуация предельно упрощена и представлена с нескольких точек зрения. Здесь на рис.1а вдоль временной оси  $t$  выделены два интервала. Предполагается, что в пределах отрезка  $t_0$ - $t_1$  формировалась система образов, которая понимается нами как часть и результат работы системы зрительного восприятия. Сначала она принадлежала возможным предшественникам человека, а затем и ему самому, при этом время  $t_1 \approx 100$  тысяч лет назад связано [33] с появлением пещерной живописи. Сказанное означает, что нас интересует предыстория системы образов – скрытая её часть, а текущее состояние образов рассматривается как отправная точка, удобная как для исследования, так и для сравнения.

На отрезке  $t_2$ - $t_3$  разворачивалась система живописных стилей и стилевых направлений, сложившихся в живописи Западной Европы приблизительно с 1520 г. [3] по 1950 г. Изображения создавались художниками, естественно, при участии системы зрительного восприятия. Указанные системы для краткости обозначены символами А и С, представлены как независимые и не наделённые какими-либо очевидными связями, что соответствует распространённому сейчас мнению. Однако некоторая общность может быть отмечена уже здесь.



**Рис. 1.** Система образов человека как предыстория и система изображений под разными углами зрения: а) на числовой оси; б) как уровни иерархии; в) в виде двузначного изображения в качестве аналогии.

Если рассматривать процессы в обеих системах как эволюцию, т.е. развёртывание, то её результаты можно представить как некие образцы. Системы и заполняющие их образцы понимаются в настоящей работе как объекты исследования.

На отрезке  $t$  слева система зрительного восприятия продвигалась от примитивных образцов к более совершенным и ориентировалась на приспособление к окружающей среде и выживание. Это - предположение. В то же время известно, что в значительной части живописных работ после эпохи Возрождения на отрезке  $t$  справа совершенные образцы в целом упрощались. Например, нарастала повторяемость структурных элементов (в стилях), цвет разлагался на элементарные составляющие (в пуантилизме), стилизовался [21] контур (в модерне), фиксировалось [1] “непреодолимое стремление к простым осязаемым формам” (в современном искусстве). Здесь речь идёт о наблюдении. И в том, и другом случаях стрелки направлены навстречу друг другу от простых образцов к сложным. Временные отрезки изображены одинаковыми (в симметричном плане), поскольку разная их продолжительность нас здесь не интересует.

Совместное представление выделенных отрезков на рис.1b наводит на мысль, что происходит некое повторение, и процессы на отрезке  $t_2-t_3$ , возможно, являются следствием процессов на отрезке  $t_0-t_1$ , на что указывает правая стрелка. Левая стрелка показывает, что система изображений [6, 7] способствует большей гибкости и восприимчивости системы зрительного восприятия к разного рода изменениям. Если объединить указанные системы А и С в позиции В, то мы будем иметь только то, что является общим и может интерпретироваться как в терминах А, так и в терминах С.

Некоторое представление о позиции В можно получить при рассмотрении простого графического изображения на рис.1с. Оно интерпретируется нашей системой зрительного восприятия как утка, если его рассматривать слева направо ( $\rightarrow$ ), и как кролик, если - справа налево ( $\leftarrow$ ). Здесь и далее речь идёт о “распознающей” интерпретации [34], когда система определяет, что именно изображено. Нечто подобное, но в более сложном варианте, требуется и нам для объединения в В исследуемых систем А и С. На основе позиции В можно попытаться проследить влияние эволюции системы зрительного восприятия человека на систему изображений, что демонстрируется правой стрелкой на рис.1b. Таковы достаточно размытые соображения, сопровождавшие процесс зарождения идеи настоящей работы.

Сейчас для междисциплинарных поисков появились [10, 29, 32] новые возможности, которыми мы намерены воспользоваться. Их основу можно охарактеризовать как самоорганизация и кооперативное поведение. Если попытаться сформулировать представление об объекте исследования в предельно сжатой форме, то рассматривается сложная самоорганизующаяся система, которая обращается то к внешнему, то к внутреннему миру.

*Цель работы* заключается в том, чтобы предложить и обосновать план реконструкции скрытой части системы зрительного восприятия человека по известной части системы изображений. Для этого мы намерены: а) представить общий сценарий, при использовании которого одинаково удобно обращаться к обеим системам; б) охарактеризовать в общем виде иерархическую структуру системы зрительного восприятия человека - её ветви развёртывания и уровни; в) перечислить архаические способы, с помощью которых обладатели системы зрительного восприятия видели

окружающий мир на разных этапах её эволюции. По большому счёту постановка задачи ориентирована на анализ предыстории не только системы образов, но и системы изображений.

*Предлагаемое решение* сводится к следующим позициям. Используется структурный подход, ориентированный на исследование процессов самоорганизации в абстрактной структуре. Применяется специальная тринитарная методика, с помощью которой выбираются инвариантные характеристики, пригодные для описания сценариев – последовательностей структурных событий в двух исследуемых системах. В результате обосновывается план реконструкции скрытой части системы зрительного восприятия по известной системе изображений, которая используется как основа анализа.

## **2. МЕТОДИКА: ПОДХОДЫ И ТЕНДЕНЦИИ**

Предлагаемый модельный подход условно называется структурологическим. Здесь совмещаются несколько точек зрения, которые кратко излагаются ниже; они показывают, какими глазами мы смотрим на решаемую проблему. Материал ориентирован на читателей, интересующихся проблемами самоорганизации в сложных системах, эволюции зрительного восприятия человека, а также языка изображений.

*Трудности подхода.* Решение проблемы происхождения и эволюции структур - задача [25, 29, 22] в значительной степени логическая, поскольку непонятно, что собой представляют символизирующие общность искомые инварианты и что с ними делать. По этому поводу относительно физики хорошо было сказано, что [26] “единство природы наблюдается везде, кроме лабораторий”. В нашем случае ситуация аналогичная. Следует понимать, что при обращении к базе В на рис.1 мы имеем дело: а) с исключением специфики конкретных систем А и С, т.е. с абстрактной структурой; б) с междисциплинарным характером самой темы и соответствующими терминологическими трудностями и, наконец, с) с двусмысленностью, т.е. неопределённостями логического порядка. Для описания структуры изображений отсутствует [31, 15] надлежащий язык, а сам их арсенал отличается необыкновенным разнообразием. Наконец, к сказанному следует добавить, что система зрительного восприятия человека является [6, 7, 18] самой сложной из известных на Земле и изучена недостаточно. С представлением абстрактных соображений в доступной для восприятия форме также есть сложности. Мы отдаём себе отчёт в том, что пытаемся решить часть общей проблемы, которая понимается как [25] “наведение порядка среди структур”.

*Структура.* Всевозможные и различные по своей природе объекты [25, 27, 29] характеризуются междисциплинарным представлением - структурой, которое, в принципе, позволяет объединить их и рассматривать с единой позиции. Сам термин "структура" является весьма размытым и имеет множество толкований, при этом в разнообразных структурных подходах [10, 14, 22, 25, 27, 29] выделяется одна тенденция: избавиться от какой-либо специфики исследуемых объектов. В настоящей работе структура [14] трактуется как сеть, которая состоит из узлов – разрешенных состояний, а также их связей – правил группировки узлов. Предлагается именно такой ориентированный на абстрактность подход к проблеме совместного рассмотрения двух

указанных выше систем. Нас интересует то, что свидетельствует об их общности и единстве подобно тому, как яблоко и сливу объединяет термин “плод”, который не имеет специфики. Это не значит, что специфика в нашем случае преодолевается полностью, но мы будем к этому стремиться. Под термином “система”, который не случайно употреблён выше, понимается [13] имеющая границы часть структуры – глобальной сети, где все элементы взаимосвязаны, меняются со временем и зависят друг от друга, но о которой нет ясных представлений. Как будет видно далее, мы пытаемся объединить сетевые и иерархические представления о структуре.

*Синергетический подход.* Термин “синергетика” означает [29, 32] совместное (кооперативное) действие или поведение элементов системы, которое трактуется как взаимозависимость. Предметом внимания синергетики является самоорганизация, суть которой заключается [24] в возникновении упорядоченных структур из неупорядоченных, причём в ходе этих переходов [29] наблюдаются поразительные аналогии. Другими словами, структуры образуются спонтанно и в них появляются новые свойства, а также наблюдаются сходные сценарии. Под сценарием здесь и далее понимается последовательность развёртывания структурных событий. Порядок при этом [10] отождествляется с существованием общих, однотипных отношений в широком классе объектов и явлений. Ставится задача [10] выявить параметр порядка, что позволит поведение двух систем представить одной диаграммой. Отметим, что этот тезис особенно полезен для решения поставленной нами задачи. Весьма важным представляется также [19, 22] учет предыстории развития системы. Однако, с нашей точки зрения, внимание, уделяемое цикличности, недостаточно, а общий порядок формирования разрешенных состояний не выявлен в полной мере.

*Первичный порядок.* При исследовании [22] протоструктуры – предполагаемого первичного и циклически организованного набора узлов показано следующее. 1. Роль критерия при выборе разрешенных состояний играет золотое сечение. 2. Протоструктура состоит из двух компонент, одна из которых представляет *разнообразие* (условно – более хаос), а вторая – *единообразие* или монотонное повторение (условно – более порядок). 3. Цикл первой компоненты содержит целые числа 1, 2, 5 и 10. Мы считаем, что указанные особенности протоструктуры проявляются в различных вариантах самоорганизации. Например, представленная целочисленность [25] хорошо известна, и её можно видеть, обратившись, скажем, к внешнему виду человека. Модель протоструктуры оказалась полезной при решении ряда вопросов, касающихся структуры Солнечной системы, например [23]. Мы частично используем опыт исследования протоструктуры и её приложений.

*Ограничение разнообразия.* Процедуры ограничения разнообразия ведут к установлению порядка. При этом особо выделяются: а) классификация – разбиение объектов на классы; б) расстановка акцентов - приоритетов в построенных представлениях и выделенных классах и с) формирование структурных аналогов объектов - их эквивалентов. Универсального способа классификации [11] не существует. Любой её вариант реализуется на основе выделяемого признака, который можно назвать структурным основанием. Под таковым понимается сравнительно простой элемент более сложной структуры, дальнейшее деление которого на компоненты невозможно или нецелесообразно. В роли структурного основания может

выступать, например, форма или цвет, буква, число или геометрическая фигура. В результате элементы, относимые к одному классу, характеризуются совместимостью в пределах выбранного признака. Соответственно возникает противопоставление классов.

Для того, чтобы ориентироваться в классификациях необходима лингвистическая логика, частным случаем которой является логика жесткая (*да* или *нет*). Например, выбор класса А или класса С в оппозиции А – С соответствует жесткой логике, а выбор любой из промежуточных позиций – мягкой (частично да, а частично – нет). При смещении  $A \rightarrow C$  или  $A \leftarrow C$  имеет место преобразование или взаимное превращение, которое можно назвать трансформацией, а в случае изображений – деформацией. При исследовании любой трансформации мы имеем дело с изменением интерпретации, под которой обычно понимается наделение смыслом, объяснение, толкование или трактовка.

*Физический подход.* При выборе языка изложения нам надо установить некую основу. При описании [3, 27] Солнечной системы в XVI веке И. Кеплер исходно опирался на образы: он взял пять правильных геометрических тел – фигур Платона, вложил их друг в друга и далее оперировал со сферами, которые вписаны в них или описаны вокруг них. Движения Марса напоминали ему форму великопостного кренделя. В XVIII веке все рассуждения И. Ньютона были сугубо геометрическими. Сейчас доказательства являются аналитическими и строятся на основе символов. Названная цепочка представляется полезной, поскольку она позволяет выстроить триаду способов осмысления и описания *образность – схематичность (геометризация) – символность*. Имеются [14 - 16] и другие аналогичные рассуждения. В настоящей работе указанная триада используется при описании исследуемых систем.

Принимается такой [27] метод анализа окружающего нас мира, когда в нём выделяются разные уровни и устанавливается некоторая иерархия понятий и представлений. При этом “даже самый маленький образчик этого мира может открыть нам глаза на строение целого”. Иерархию уровней можно видеть в предыдущем абзаце, а сходство Солнечной системы и атома хорошо известно. К уровням относятся и научные парадигмы, которые [12] сменяют друг друга; они [14] трактуются как совокупности различных представлений об одних и тех же объектах и процессах. Любая парадигма есть [12] принятая модель или образец - понятийная сетка, через которую учёные рассматривают мир; иногда используется термин “способ видения мира”. Отдельный элемент, моделирующий объект в пределах парадигмы, может быть назван его структурным эквивалентом. Последний понимается как нечто соответствующее природному объекту в отношениях, он фиксирует те или иные структурные признаки объекта, заменяет или представляет его.

Весьма упрощённой, но наглядной аналогией процесса эволюции является (согласно Гегелю) система уровней иерархии, расположенных в виде ступеней – парадигм. При отказе от предыдущей парадигмы в пользу последующей точность описания окружающего мира возрастает, а смена предписаний понимается как научная революция. В настоящей работе соображения о парадигмах вслед за [14]

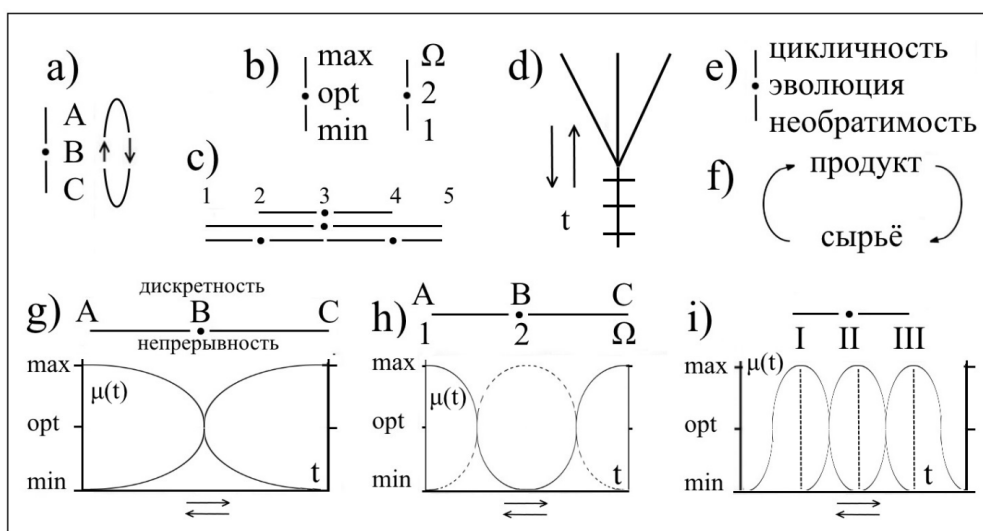
распространяются на способы видения – те совокупности приёмов, с помощью которых возможные предшественники человека видели окружающий мир.

*Инварианты и тенденции.* В физике существуют [5] три уровня описания: явления (события) - законы природы - принципы симметрии. Мы распространяем эти соображения на исследуемую область и пытаемся здесь решить проблему объединения двух систем, ориентируясь на последний из указанных уровней и опираясь на представление об инвариантах – фундаментальных понятиях, как в сфере науки, так и в сфере искусства. Инвариантность в физике трактуется как независимость физических закономерностей от конкретных ситуаций, в которых они устанавливаются, и от способа описания этих ситуаций. Поясним, что [25] “найти инвариант в классе объектов – значит выявить их общее структурное основание, показать родство, структурное единство этих объектов...”. Нетрудно видеть, что позиции В на рис.1 могут рассматриваться как инварианты.

Согласно А.Эйнштейну для современного научного подхода к моделированию характерны две тенденции, а именно упрощение логических основ и удаление от данных опыта. Мы стремимся названным тенденциям соответствовать. Основой предлагаемого подхода является принцип дополнительности Н.Бора, согласно которому (в удобной здесь формулировке [15]) “для воспроизведения в знаковой системе целостного явления необходимы взаимоисключающие, дополнительные классы понятий”. Поскольку [22] “успехи современной физики в значительной степени определяются её геометризацией”, постольку мы понимаем геометризацию как полезную тенденцию и в нашем случае.

### 3. МЕТОДИКА: ОТ ТРИАДЫ ДО ФУНКЦИИ СОВМЕСТИМОСТИ

*Графическое представление.* Приёмы исследования [22] кратко поясняются на рис. 2.



**Рис. 2.** Методические приёмы: а) триада в статическом (слева) и динамическом (справа) вариантах; б) важные примеры триад; в) устойчивая группировка узлов; д) дерево эволюции как сеть,  $t$  - время; е) эволюция как оппозиция; ф) циклическая схема сырьё – продукт; г) функция совместимости  $\mu(t)$  для оппозиции  $A - C$ ; h) функция совместимости  $\mu(t)$  для триады  $A - B - C$ ; и) циклическая смена этапов.

В позиции а) показана основа методики – триада  $A - B - C$ , где элементы могут быть любыми. Крылья триады  $A$  и  $C$  составляют оппозицию и ориентированы на дополнительность, а база триады  $B$  символизирует их совместимость – отсутствие противоречивости. Здесь важно, что мы к принципу дополнительности Н. Бора добавляем как элемент оппозиции принцип совместимости. База обозначается точкой, а крылья – концами расходящихся от неё линий. Элементы триады, как правило, выделяются в тексте курсивом. Наличие или установление связей между узлами  $A$ ,  $B$  и  $C$  трактуется как их взаимодействие. Рассмотрение  $A$  или  $C$  по отдельности понимается, как переход к пределам – границам явления. Деление на триады возможно на любом уровне анализа, при этом элементы каждой триады могут быть произвольной степени сложности и характеризовать как качество, так и количество. Нетрудно видеть, что мы, по сути, возвращаемся к триаде Г. Гегеля *тезис — синтезис — антитезис*, но наполняем её другим смыслом. Сказанное означает, что методология в целом является тринитарной.

Постановка  $A$  и  $C$  в равные условия называется симметричным планом. Симметрия понимается [4] как инструмент выявления порядка: “существует основной симметричный план, на который налагаются все виды вторичной симметрии”. Если условия неравные, то ситуация понимается как перенос акцента, скажем, на  $A$ , что указывает на разную степень значимости  $A$  и  $C$ . Возможны два режима: *статический* (акцент не переносится или его нет) и *динамический* (перенос осуществляется с той или иной скоростью).

В позиции б) показаны используемые для количественной оценки триады, а именно *min – opt – max* и  $1 - 2 - \Omega$ . Здесь последняя группа читается как *один – два – много* и отличается известным примитивизмом. Позиция  $\Omega$  символизирует *разнообразие*, а позиция  $1$  – *единообразие*. База представляется позицией  $2$ , поскольку в этом случае разнообразие сохраняется, но предельно ограничивается. В позиции с) поясняется, что система [22] устойчива, если каждый её узел характеризуется двумя (и более) вариантами толкования. Здесь можно видеть, что пять позиций  $1-5$  объединены триадами, а параллельное и последовательное их размещение соответствует симметричному плану. При этом каждый узел трактуется либо как *база – крыло*, либо как *крыло – крыло*.

В позиции д) представлено в общем виде дерево эволюции для системы – геометрическая схема, в пределах которой могут быть размещены поэтапные сценарии. Под ветвями расположен ствол дерева эволюции. Дерево состоит из триад, учитывает в равной мере как параллельное, так и последовательное развёртывание и может анализироваться в двух показанных направлениях.

Эволюция трактуется как развёртывание, она согласно позиции е) рассматривается как оппозиция, а *необратимость* и *цикличность* являются дополнительными представлениями. Развёртывание понимается как поисковая процедура, ориентированная на разные варианты совместимости. Эволюция делится на отдельные отрезки (шаги, этапы и прочее); для пояснения воспользуемся аналогией. Эмбрион млекопитающих исходно обладает морфологической осью и право-левой (билатеральной) симметрией, а уже затем становится диссимметричным. Кроме того, он повторяет разные этапы эволюции организма. Мы хотим выявить: а) симметричный

план, который объединяет исследуемые системы, а также б) аналогичные этапы развёртывания в системе зрительного восприятия человека и в системе изображений.

*Функция совместимости.* Для анализа и оценки процесса трансформации  $A \rightarrow C$  или  $A \leftarrow C$  используется [8] функция совместимости  $\mu(x)$ , которая ориентирована на лингвистическую логику и в симметричном плане представлена на рис. 2g, где  $x=t$ . Она может быть охарактеризована как относительная характеристика, изменяющаяся в пределах  $min - opt - max$ . В роли аргумента может выступать время  $t$ , которое разворачивается в правом или левом направлении, а также какие-либо выделяемые условные позиции. Описываемую трансформацию можно сравнить с присвоением позициям  $A$  или  $C$  того или иного удельного веса. Между  $A$  и  $C$  совместимость меняется: слева ситуация более соответствует  $A$ , а справа –  $C$ . При отступлении от  $A$  вправо сразу же зарождается  $C$  и, наоборот, при отступлении от  $C$  влево возникает  $A$ . Элементы оппозиции как бы проникают друг друга.

В [8] для иллюстрации использована оппозиция *молодой (A) — старый (C)*, в качестве аргумента  $x$  выступает возраст, а  $\mu(t)$  меняется в пределах  $0 - 0,5 - 1$ . Например, если для  $A$   $\mu=0,8$ , то для  $C$   $\mu=0,2$ , т.е. ситуация на 80% соответствует  $A$ , а на 20% –  $C$ . В базе  $B$ , где  $\mu=opt$  крылья  $A$  и  $C$  не различаются и совместимы.

Использование понятия совместимости [14] есть часть умственной деятельности человека. Следует понимать, что при использовании функции совместимости мы [16] имеем дело с оппозицией *непрерывность – дискретность*, представленной в симметричном плане. Действительность в значительной степени непрерывна, а налагаемые для её понимания и описания элементы языка – дискретны. Для ряда оппозиций обращение к  $\mu(x)$  является сугубо качественной процедурой. Примером может служить треугольник, который путём деформации трансформируется в круг. С помощью того же рис. 2g можно представить, как *дискретность A* трансформируется в *непрерывность C*; именно с такой ситуацией сталкивается каждый из нас при изменении чёткости (расфокусировке) изображения.

На рис. 2h показано, как между оппозиционными элементами может быть введён дополнительный элемент, что соответствует тринитарной методике и является полезным. В таком случае мы, по сути, имеем дело с повторением или “размножением” схемы с рис. 2g. В качестве примера здесь использована триада  $1 - 2 - \Omega$  с рис. 2b. На рис. 2i показано, что возможно повторение процедуры. Пунктир по вертикали означает, что непрерывный процесс может быть представлен с помощью дискретов I, II и III; знак базы триады в II уместен, если выявляется связь между I и III. В спектральном анализе подобная конфигурация называется триплетом. Примерно так [23] сменяют друг друга циклы солнечной активности при использовании  $W$  - чисел Вольфа.

Итак, если вновь обратиться к рис. 1, предлагается методика реконструкции левой системы  $A$  при опоре на правую систему  $C$ . Если термины заимствуются справа, то слева они, как правило, заключаются в кавычки.

#### 4. СПОСОБЫ ВИДЕНИЯ КАК ВИЗУАЛЬНЫЕ ПАРАДИГМЫ

Задача настоящего раздела заключается в том, чтобы приблизить позиции методики к решению поставленной задачи и создать несколько полезных для

последующего изложения заготовок. Предлагаемые процедуры здесь и далее напоминают конструирование искомой конструкции из имеющихся элементов.

*Зрительное восприятие и сознание.* Сознание – это [17] самоорганизующаяся система; мышление понимается здесь как процесс выявления смысла. Термин “зрительная система” используется [7] для описания оппозиции *глаз – мозг* в настоящем её состоянии, а сама система занята выработкой наиболее вероятных гипотез о наблюдаемых объектах. В настоящей работе используется термин “система зрительного восприятия”. При этом принимается тезис о вероятностной природе восприятия, но предпринимается попытка представить её развёртывание от зарождения вплоть до эволюционной зрелости. Другими словами, нас интересует не состояние, а набор состояний и занимает вопрос, как вышеупомянутые гипотезы формировались, каким образом они обретали отчётливость. Иногда для краткости используется сочетание “система образов”, но следует помнить, что речь идёт об эволюции системы зрительного восприятия. Живое существо, не обязательно человек, понимается в работе как носитель системы зрительного восприятия (далее – носитель). Носитель с момента  $t_1$  на рис. 1 может трактоваться как наблюдатель [17] – носитель сознания.

Зрительное восприятие понимается в работе не столько, как [6] своеобразное мышление, сколько как предшественник мышления. Про мышление известно, что оно [14] “всегда начинается с наводящих на мысль, но несовершенных планов и образов, которые затем могут быть заменены лучшими вариантами”. Подобным образом представляется нам и становление системы зрительного восприятия. В ходе указанного процесса формируются различные способы видения окружающего мира, которые аналогичны парадигмам в науке. Они являются стандартами восприятия для групп носителей, сменяют друга и совершенствуются.

В науке проблема образа по праву считается фундаментальной. В настоящей работе образ трактуется как структурный эквивалент объекта. Соответственно, мы исходим из того, что представление об образе является сложным и в целях анализа нуждается в ограничении разнообразия. Указанное ограничение достигается путём [28] выделения из *общего* - непрерывного поля образов *частного* - его части, которая явно плывёт против общего течения, а именно двузначных образов и далее соответственно - изображений. Такие изображения являются предметом внимания, как при исследовании [6, 20] зрительного восприятия, так и [31] в изобразительном искусстве. Названное обстоятельство позволяет рассчитывать на то, что именно двузначность может быть ключевым фактором, который даст возможность связать исследуемые системы целостным модельным представлением. Поясним сказанное. Допустим, у нас есть два дополнительных, т.е. взаимоисключающих изображения на полотне (и соответственно два образа в системе зрительного восприятия). И мы хотим в новом изображении выявить то общее, что их объединяет, по-возможности, сохраняя в равной мере признаки изображенных объектов. Тогда с неизбежностью появляется двузначное изображение, основанное на симметричном плане.

Люди [14] “очень плохо воспринимают абсолютные значения размеров, расстояний и интенсивностей”. Отсюда можно заключить, что наше восприятие ориентировано на структуру и анализ отношений. Другими словами, образы целесообразно рассматривать как структурные конфигурации. В процессе

исследования мы набрасываем на анализируемый материал имеющиеся у нас понятийные сетки. Аналогичным образом поступает наше восприятие, которое непрерывно [7] ищет объекты, которых иногда нет (лица в пламени, лицо на Луне, фигуры в облаках). О наличии таких сеток свидетельствуют [2, 28] многочисленные геометрические иллюзии: системе зрения предъявляются одни отношения, а воспринимаются другие – несколько искаженные. Добавим к сказанному, что система зрительного восприятия имеет дело не с объектами внешнего мира, а с их структурными эквивалентами. При этом европейская культура [16] ориентирована на дискретность. Для неё характерно противопоставление элементов выделенной оппозиции, а также “постоянное взаимодействие между континуальной и дискретной составляющими мышления”.

*Художественная практика.* В настоящей работе основное внимание уделяется изображениям, созданным после эпохи Возрождения вплоть до середины XX века. Нас интересует смена вариантов порядка в живописи, а любой стиль или стилевое направление есть проявление порядка, наличие которого и позволяет проводить классификацию. Мы придерживаемся известного деления художественных приёмов на этапы и считаем, что они сменяют друг друга в соответствии с рис. 2i. Также мы разделяем мнение [21], согласно которому “то, что даёт художнику в виде стиля или разных вариантов стиливых направлений, - предопределено”. В настоящей работе представление о стилях и стиливых направлениях в изображениях распространяется на способы видения. Другими словами, мы обсуждаем, например такой способ видения, как “кубизм”, допускаем обращение к нему художников и считаем названный способ видения причиной формирования кубизма в живописи.

Некоторым исключением являются следующие сведения, относящиеся более к контексту. При анализе пещерной живописи (вблизи позиции  $t_1$  на рис. 1) выявлены [33] изображения: а) близкие к реальности (например, касающиеся пропорции фигур); б) стилизованные (с элементами обобщения и схематизации предметов и фигур); в) абстрактные (с беспорядочными переплетениями линий, рядами точек, неясными схематическими знаками).

При анализе художественной деятельности в интервале  $t_1-t_2$  с рис. 1. В.Воррингер [9] опирался на оппозицию *вчувствование* – *абстрагирование*. По его мнению, при ориентации на вчувствование общество стремится слиться с природой, а в искусстве преобладают жизнеподобные изображения. При обращении к абстрагированию возникает интерес к геометрическим формам, возрождаются некие архаические принципы, частично возвращается примитивность, происходит как бы дематериализация материального мира. В истории искусства В.Воррингер выделил пять циклических переносов акцента между названными элементами оппозиции.

Можно сказать, что интерес к окружающему миру то расширяется, то сокращается. Добавим, что при обсуждении изображений термины *образность* и *символьность* (символичность) часто используются как элементы оппозиции.

*Способы видения.* Обратимся теперь к рис. 3. В настоящей работе аналогами научных парадигм и своего рода их предшественниками являются способы видения, которые упрощённо представлены на рис. За слева как следующие друг за другом ступени. Здесь в пределах отрезка  $t_0-t_1$  происходит *сборка* уровней иерархии и

соответствующих им способов видения. Способом видения наделён носитель, а скачок между ступенями может быть охарактеризован как “революция”. Отдельный способ видения есть набор средств и приёмов, с помощью которого система зрительного восприятия создаёт внутри себя структурное подобие внешнего объекта – его образ.

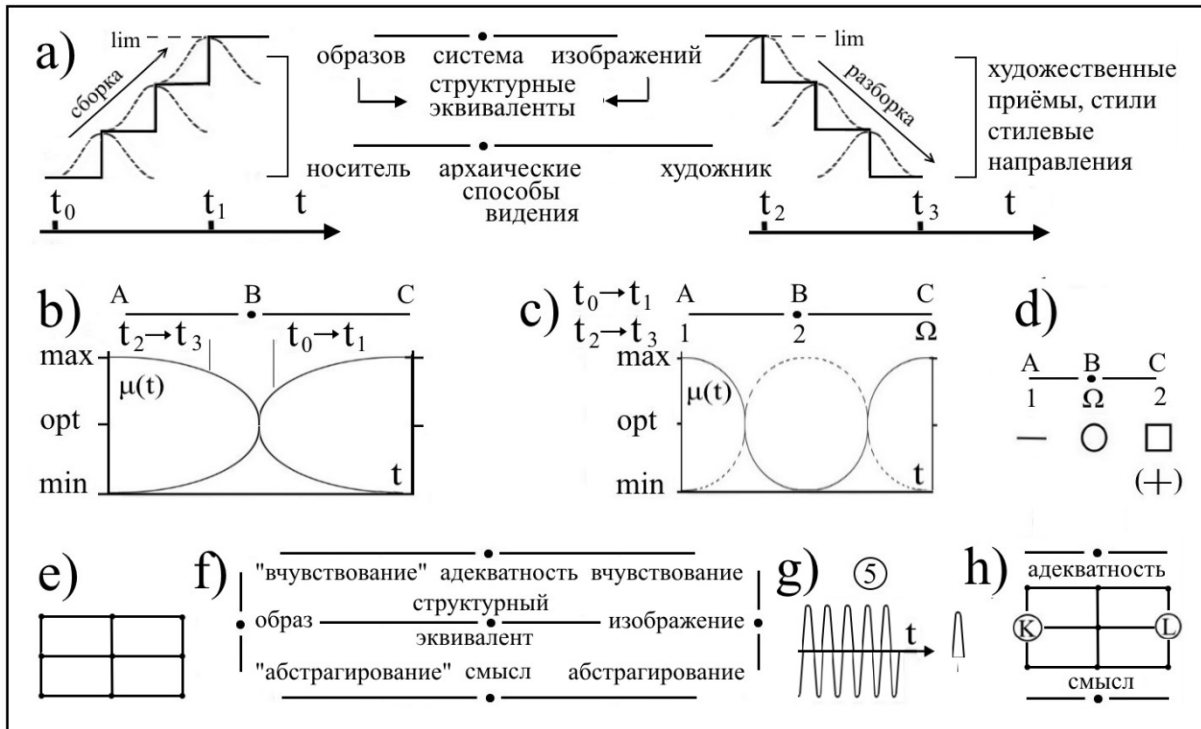


Рис. 3. Методика в приложении: а) способы видения при сборке и разборке анализируемых систем; б) вид функции совместимости  $\mu(t)$  в пределах исследуемых отрезков времени; в) появление двузначности; д) выявление протоформ; е) общий вид миникомплекса; ф) структурный эквивалент как база миникомплекса; г) колебания между элементами оппозиции вчувствование – абстрагирование; h) представление двузначности в миникомплексе.

Способы видения разнообразны, они сформированы в ходе биологической эволюции и сменяют друг друга согласно рис. 2i. Большая их часть представляет собой устаревшие приёмы и методы; архаические способы видения отмечены слева на рис. 3а скобкой. Если вертикальные переходы размыть, то “революция” трансформируется в эволюцию. Когда речь идёт о большой группе носителей, то уместно говорить о стереотипном видении, а также использовать [14] термин зрительная парадигма – общепринятая модель, своего рода норма. Соответствие образов реальности наращивается в ходе эволюции, понимается как адекватность и в t<sub>1</sub> достигает предела (lim).

На рис. 3а справа роль аналогов научных парадигм играют разного рода художественные приёмы, из которых нас более всего интересуют [21] стили и стилиевые направления. В их пределах художники создают систему изображений. Художник тоже носитель, однако, он отличается тем, что может в силу своих способностей и обстоятельств обращаться к тем или иным архаическим способам видения. Схема основана на симметричном плане, она повторяет левую схему, но в обратной

последовательности. Перед этим в ходе эволюции, если опустить детали, соответствие изображений реальности (в предлагаемом понимании – адекватности) наращивается и в  $t_2$  достигает предела ( $\lim$ ). Далее в пределах  $t_2$ - $t_3$  происходит *разборка* уровней иерархии и соответствующих им способов видения.

*Комментарий.* Любой способ видения понимается в работе как своего рода оболочка, которая заполняется содержимым – образами. Образ может быть назван моделью объекта, если пользоваться терминологией науки или [6] объект-гипотезой, когда подчёркивается его вероятностный характер, а также охарактеризован как структурный эквивалент при стремлении связать образ и изображение. Формирование образов в процессе *сборки* позволяет носителю видеть окружающий мир и выживать. Что касается *разборки*, то ситуация интерпретируется так: художники получают доступ к всё более “древним” способам видения и представляют их в своих работах. В частности, стили и стилевые направления рассматриваются как следствие обращения художников к тем или иным “скрытым” способам видения. Весь процесс их появления понимается как детерминированный и обсуждается позже. Кроме того, можно видеть в центре рисунка, что образы и изображения рассматриваются в симметричном плане и объединяются в базе, которая понимается как структурные эквиваленты объектов.

## 5. ТРИАДА АДЕКВАТНОСТЬ – ОБРАЗ – СМЫСЛ

*Адекватность* образов (см.  $t_0$ - $t_1$ ) и изображений (см.  $t_2$ - $t_3$ ) представлена совместно на рис.3б. Здесь соответствие структурного эквивалента объекту трактуется как его адекватность, она представляет собой вариант функции совместимости  $\mu(t)$  с рис. 2г, которая оценивается в пределах  $\min$  —  $\max$ ; полное соответствие понимается как недостижимый идеал. Возникает вопрос: совместимость чего с чем имеется в виду? Здесь предлагается следующий ответ: того, что непосредственно воспринимается с тем образцом, который сформировался у носителя на основе существующего способа видения – визуальной парадигмы и хранится в памяти. Сейчас такой образец [14] именуется фреймом.

Адекватность иначе можно охарактеризовать как похожесть, сходство, соответствие, совместимость, своего рода качество. Если обратиться к рис. 3а, изменение адекватности представляется, либо системой ступеней, когда мы хотим подчеркнуть дискретность и наличие уровней, либо непрерывным образом, когда нас более интересует процесс в целом и его направленность. В пределах образа фиксируются те или иные структурные признаки объекта. В позициях  $t_1$  и  $t_2$  адекватность образов и изображений соответственно достигает максимума (на рис. 3а –  $\lim$ ). Ограничимся утверждением, что в указанных позициях  $t$  отношения, характеризующие форму и цвет, воспринимаются практически так же, как это происходит в нашей системе зрительного восприятия сейчас.

*Смысл* и адекватность тесно связаны и рассматриваются здесь как элементы оппозиции. В модельном представлении их разделение осуществляется следующим образом при учёте триады 1 – 2 –  $\Omega$  с рис. 2б. Смысл трактуется как интерпретация или толкование той совокупности отношений, которая имеется в структурном эквиваленте и доступна как адекватность. Напомним, что нас здесь интересует только [34] “распознающая” интерпретация. Если обратиться к рис. 3а, то адекватности в позиции

$\min$  соответствует полная неясность или, если иметь ввиду современное восприятие, - множество толкований, т.е. позиция  $\Omega$ . В позиции  $\max$ , напротив, имеется абсолютная ясность и толкование одно, т.е. позиция 1. Далее обращаемся к базе триады согласно рис. 2h, выделяем позицию 2, которой соответствует два равноценных толкования, и представляем результат на рис. 3с. Здесь также речь идёт о совместимости, но уже не наблюдаемых отношений с неким образцом, а о совместимости наблюдаемого с количеством интерпретаций. Нетрудно видеть, что рис. 3с есть другая точка зрения на рис. 3b. Двусмысленность появляется, как только мы отступаем от  $\Omega$ , и исчезает лишь в случае совмещения с 1. По мере продвижения по цепочке  $1 - 2 - \Omega$  само понятие изображение сначала размывается (если 2), а затем теряет смысл (если  $\Omega$ ).

*Комментарий.* Итак, мы имеем дело с оценочной характеристикой  $\mu(t)$ , которая меняется в пределах  $\min - opt - \max$ . Она представляется как *адекватность*, если мы переносим акцент на *непрерывность*  $\mu(t)$  и выделяем крылья триады  $1 - 2 - \Omega$  (базу на рис. 3b игнорируем). Она же представляется как *смысл*, если мы переносим акцент на *дискретность*  $\mu(t)$  и фиксируем все элементы триады  $1 - 2 - \Omega$  (здесь базу на рис. 3с выделяем). Это не мешает нам останавливать внимание на любых позициях в интервале  $1 - \Omega$ . Образ понимается как база триады *адекватность - образ - смысл*; он в то же время может быть базой или крылом каких-то иных триад. Появление позиции 2 при поиске смысла может быть объяснено при использовании рис. 2d. Сначала при сравнении характеристик двух похожих объектов формируется образ, который: а) является для объектов общим; б) может быть представлен как ствол дерева эволюции и с) допускает два толкования. Затем образ трансформируется: на основе ствола формируются две ветви, соответствующие двум объектам, и ветвь-база, ответственная за общие характеристики объектов. По-существу, при описании такой трансформации мы имеем дело с переходом *непрерывность*  $\rightarrow$  *дискретность*.

На рис. 3d приведён ещё один пример использования триады  $1 - 2 - \Omega$ , где её элементы обозначают направления и участвуют в образовании триады простых форм *линия - квадрат - круг*. При их формировании определяющую роль играет выделение направлений: для линии - одного (1), в случае квадрата их два (2), а для круга - множество ( $\Omega$ ). Отметим, что альтернативой для квадрата является крест; квадрат выбран потому, что путём деформации он может быть легко трансформирован в круг. Полученные первичные конструкции понимаются как протоформы. Порядок в триаде протоформ выбран по "земным" соображениям. Исходно все направления одинаково равноправны, по этой причине на роль базы триады явно претендует круг. Затем выбираются крылья - квадрат и линия: фиксируется оппозиция *горизонталь - вертикаль*, что связано с притяжением, после чего горизонталь признаётся, как наиболее важная для выживания. Предполагается, что здесь выбор моделирует отбор.

Из триад [23] может быть сформирован миникомплекс - простейшая сетевая конструкция, представленная на рис. 3е. Здесь любой из узлов интерпретируется двойко: *крыло - крыло* в диагональных элементах, *крыло - база* между диагональными элементами и *база - база* в центре. Конструкция устойчива и удобна для классификации. На рис. 3f показано, что структурный эквивалент трактуется как база миникомплекса. При этом упомянутое выше представление об оппозиции *вчувствование - абстрагирование* из системы изображений распространяется на

систему зрительного восприятия. Это значит, что при учёте симметричного плана в двух названных системах имеет место колебательный процесс, представленный на рис. 3г и содержащий пять (см. раздел 7) периодов. Миникомплекс может быть приспособлен для представления двузначного структурного эквивалента, будь то изображение или образ, как это показано на рис. 3h. Здесь на примере позиций К и L мы имеем дело с расщеплением, как адекватности, так и смысла.

## 6. ГИПОТЕЗА: СИСТЕМА ЗРИТЕЛЬНОГО ВОСПРИЯТИЯ

*Общие соображения.* 1. Основной причиной рассматриваемого далее эволюционного процесса является смещение акцента в паре *хаос – порядок* (*разнообразие – единообразие*). 2. При достижении *тах* разнообразия в природе, где ещё нет носителя, возникает тенденция к ограничению разнообразия и разворачивается соответствующий поисковый процесс. 3. Появляется носитель, формирующий образы, в каждом из которых разнообразие сводится к *мин*. 4. Система зрительного восприятия носителя обращается то к внешнему, то к внутреннему миру. Названные смены акцента соответственно понимаются как “вчувствование” и “абстрагирование” (при использовании терминов В.Воррингера) или как “глаз открывается” и “глаз закрывается” (при использовании терминов Г.Д. Фридриха). 5. Сценарии, утвердившиеся при формировании образов, проявляются в изображениях, появление и распространение которых можно трактовать как экспансию структурных эквивалентов.

Поскольку [10] “не существует логического пути, ведущего от данных опыта к общим законам” предложим свою гипотезу, которая состоит из ряда пунктов и поясняется с помощью рис. 4. Её изложение построено так, что может быть отнесено как к абстрактной самоорганизующейся системе, которая не имеет специфики, так и к системе зрительного восприятия носителя.

Гипотеза 1. В абстрактной системе отношений может быть реализован первичный сценарий, представленный на рис. 4а, где  $t$  – время. Он является результатом объединения трёх представлений: а) колебаний в паре  $A-C$  с рис. 2а; б) функции совместимости  $\mu(t)$  с рис. 2г и в) устойчивой группировки узлов с рис. 2с. Сценарий: а) состоит из двух частей, наделенных билатеральной (зеркальной) симметрией; б) содержит колебания двух периодов  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$ , при условии  $T_{\max}=10T_{\min}$ , при этом амплитуда колебаний ограничивается функцией совместимости; в) циклически воспроизводится влево и вправо; рассогласование вблизи  $\mu(t)=\min$  ликвидируется при повторении сценария.

*Комментарий.* Сценарий является примером симметричного плана, он имеет сходство с жесткой компонентой протоструктуры [22], а именно цикл  $T_{\max}$  содержит десять узлов – этапов и характеризуется право-левой симметрией, а конец любого цикла есть начало следующего цикла. Для дальнейшего изложения существенно, что полупериод  $0,5T_{\max}$  содержит 5 этапов (см. под осью), соответствующих  $T_{\min}$ .

Гипотеза 2. При анализе эволюции системы зрительного восприятия существенными являются элементы оппозиции *процесс – результат*, она представлена на рис.4в. вдоль горизонтали как база. Здесь *процесс* понимается как колебания между элементами оппозиции “вчувствование” “абстрагирование” согласно рис. 3г. *Результат* в названной оппозиции трактуется как образ – база для элементов

оппозиции адекватность – смысл в соответствии с рис. 3f. Конструкция представляет собой миникомплекс с рис. 3е, основной характеристикой которого является статика. Динамический вариант представляется далее на рис. 4с.

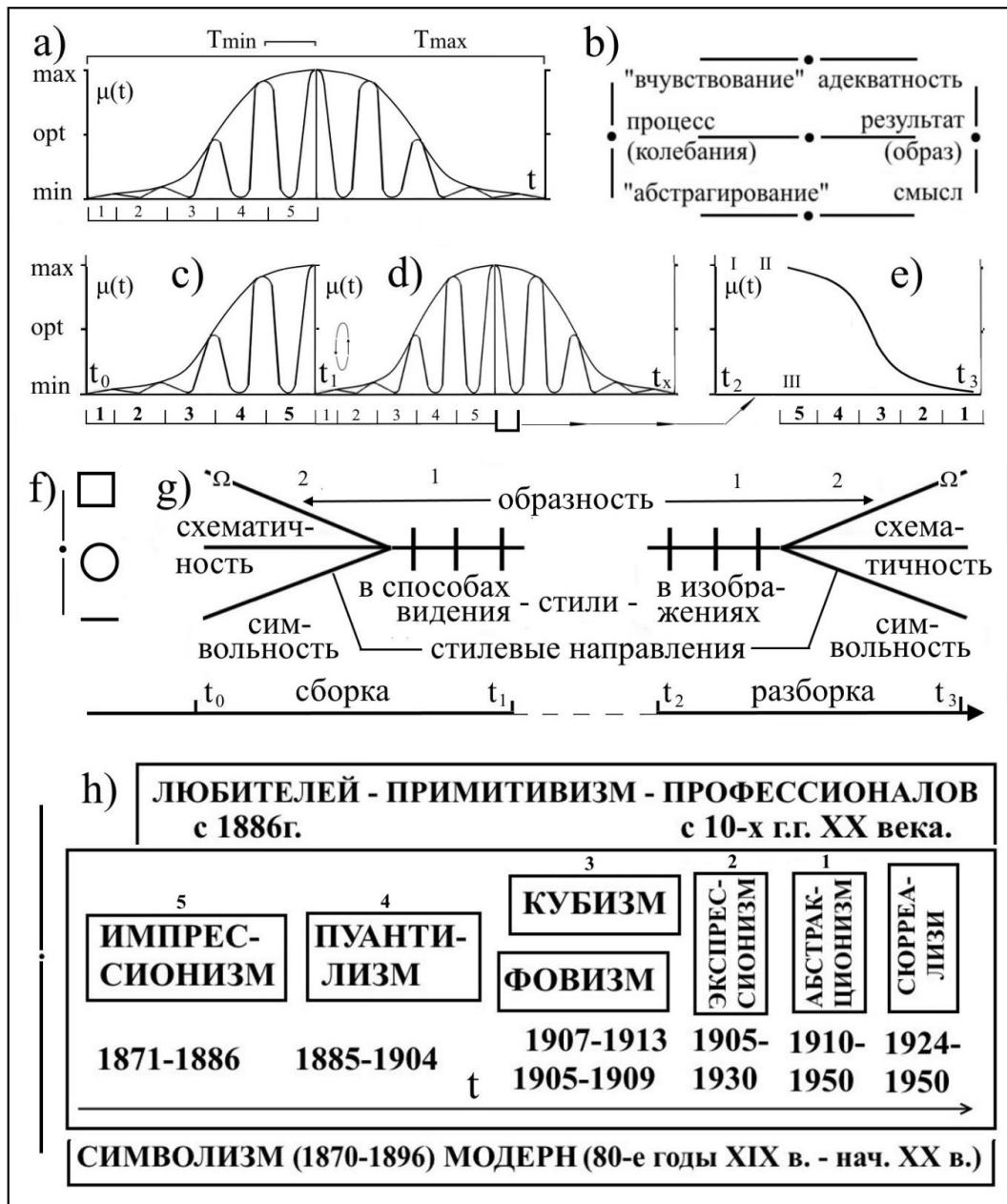


Рис. 4. Сценарий развёртывания вдоль оси  $t$ : а) абстрактной структуры; б) элементов оппозиции процесс – результат в системе зрительного восприятия; в) системы зрительного восприятия в интервале  $t_0 - t_1$ ; г) системы изображений после  $t_1$ ; е) адекватности образов в интервале  $t_2 - t_3$ ; г) ветвей дерева эволюции h) стилиевых направлений в живописи. В ф) представлены протоформы. В е) справа от  $t_2$  обозначены  $t$ -интервалы, соответствующие маньеризму – I, триаде стилей – II и стилиевым направлениям – III с этапами 5 – 1.

Гипотеза 3. В системе зрительного восприятия реализуется как норма сценарий, представленный на рис. 4а, где  $t$  – время. Для определённости в таком случае он понимается как базовый сценарий системы зрительного восприятия; он же может быть

охарактеризован как цикл с периодом  $T_{\max}$ . Колебания реализуются между элементами оппозиции “вчувствование” - “абстрагирование” с рис. 3г. Остальные представления Гипотезы 1 сохраняются.

*Комментарий.* В данном случае мы возвращаемся к рис. 4а и заполняем его конкретным содержанием. Гипотеза 3 носит характер приложения Гипотезы 1; здесь от структуры мы переходим к системе. Важными признаются два цикла, их длительность в процессе эволюции может меняться, однако сохраняется отношение  $T_{\max}/T_{\min}=10$ .

Гипотеза 4. При эволюции системы зрительного восприятия реализуется сценарий становления системы зрительного восприятия, который показан на рис. 4с. Он является повторением половины представленного в Гипотезе 3 базового сценария с рис. 4а, но в ином масштабе. Это значит, что в интервале  $t_0-t_1$  разворачиваются пять этапов с рис. 4а и происходит сборка уровней видения; этапы 1-5 представлены под осью и выделены как базовые. Если рассматривается колебательный процесс, функция совместимости указывает на систематическое смещение акцента в паре *max* - “вчувствование” - *min* или иначе *min* - “абстрагирование” - *max*. Если рассматривается огибающая кривая, то функция совместимости трактуется как растущая адекватность образов. В позиции  $t_1$  система зрительного восприятия достигает состояния, близкого к эволюционной зрелости.

*Комментарий.* Здесь и далее следует иметь в виду, что при повторении сценариев временные масштабы изменяются. На графике изображена оппозиция *процесс* – *результат*, элементы которой образуют сценарий, а в базе может быть указана *сборка*. *Процесс* представлен набором колебаний; это дискретная составляющая сценария. Перенос акцента на “вчувствование” соответствует обращению к внешнему миру, а перенос на “абстрагирование” – к внутреннему устройству системы и к её памяти. Если “вчувствование” в некоторый момент  $t$  достигает максимальной величины, это значит, что реализуется предельная для данной ситуации адекватность образов, а если минимальной величины, то – предельный смысл. “Абстрагирование” может быть охарактеризовано как осмысление. *Результат* представлен огибающей кривой, которая объединяет *max*-позиции при переносе акцента на “вчувствование”; это непрерывная составляющая сценария. Достижение системой эволюционной зрелости означает, что она не может обеспечить более высокий уровень адекватности образов.

## 7. ГИПОТЕЗА: СИСТЕМА ИЗОБРАЖЕНИЙ И СХЕМА РЕКОНСТРУКЦИИ

Гипотеза 5. В позиции  $t_1$  зарождается система изображений, а далее в процессе эволюции реализуется сценарий её развёртывания, представленный на рис. 4д и заканчивающийся при  $t_x$ . Интервал  $t_2-t_3$  отмечен под осью скобкой ( $\sqcup$ ). В позиции  $t_2 \approx 1520$  г. [3] система изображений выходит на предел - достигает эволюционной зрелости, здесь заканчивается эпоха Возрождения. Позиция  $t_3 \approx 1950$  г. связана с завершением такого стилевого направления как абстракционизм.

Возможны разные интерпретации сценария. Вариант I. В интервале  $t_1-t_x$  повторяется базовый сценарий системы зрительного восприятия, соответствующий Гипотезе 3 (рис.4а). Этапы 1-5 показаны под осью и являются повторением базовых этапов с рис. 4с. Вариант II. В интервале  $t_1-t_2$  повторяется сценарий становления

системы зрительного восприятия с рис. 4с, а затем тот же сценарий разворачивается в обратном направлении (зеркально отражается). Вариант III. Если использовать для характеристики системы зрительного восприятия оппозицию *процесс – сборка – результат* с рис. 4б, то в системе изображений сначала в пределах  $t_1-t_2$  представляется *процесс* (колебания), а затем в пределах  $t_2-t_3$  – *результат*, но в обратной последовательности.

*Комментарий.* Вблизи позиции  $t_1$  реализуется неустойчивость, которая обозначена круговыми стрелками. Здесь нет полного подобия рис. 4а, поскольку имеет место конкуренция исходной позиции  $\mu(t)=\min$  и конечной базовой позиции  $\mu(t)=\text{opt}$ . Колебания в интервале  $t_1-t_2$  представляют художественную практику согласно В.Воррингеру, т.е. перенос акцента в паре *вчувствование – абстрагирование*. Достижение системой эволюционной зрелости означает, что она не может обеспечить более высокий уровень адекватности изображений. Напомним, что в интервале  $t_2-t_3$  сосредоточены стили и стилевые направления. Процесс и результат с рис. 4с не могут быть представлены в системе изображений одновременно. По этой причине реализуется компромисс, и они формируются последовательно.

Гипотеза 6. В интервале  $t_2-t_3$  происходит разборка всех способов видения, сформированных ранее в интервале  $t_0-t_1$ . При разборке согласно рис. 4е адекватность изображений  $\mu(t)$  снижается и реализуется в пределах *max - min* для  $t$ -интервала III, заполненного этапами 5-1, которые показаны под осью. Процесс осуществляется художниками, которые получают доступ к архаическим способам видения и представляют их в своих работах. В интервалах I и II разворачиваются соответственно маньеризм и классические стили, которые здесь не обсуждаются.

*Комментарий.* Мы опираемся на тезис [30] “всё, что собирается, то и разбирается”, который тоже является примером симметричного плана. Представленные на рис. 4с этапы сборки от 1 до 5 здесь располагаются в обратном порядке, т.е. от 5 до 1. Это обстоятельство открывает возможность реконструкции системы зрительного восприятия.

Гипотеза 7. Оппозиция *сборка – разборка* может быть представлена на рис. 4г в виде двух зеркально развёрнутых вариантов дерева эволюции с рис. 2д. Здесь ветви дерева представлены как триада *образность – схематичность – символичность* согласно разделу 2. Они заполнены стилевыми направлениями, о которых речь ниже. Стволам деревьев соответствуют триады стилей. На непрерывную картину развёртывания наложены триады  $\Omega - 2 - 1$  и  $1 - 2 - \Omega$ , указывающие на дискретность.

*Комментарий.* Представленная слева над ветвями триада  $\Omega - 2 - 1$  интерпретируется в двух вариантах. Вариант I. Способы видения сначала представляются как некоторое множество ( $\Omega$ ), затем формируются два ключевых или базовых способа (2), после чего ведущим становится один способ видения (1). Вариант II. Исходно непонятный образ может обозначать всё, что угодно, т.е. ему формально отвечает множество интерпретаций ( $\Omega$ ), затем образ становится более адекватным, и ему соответствуют два толкования (2), после чего при достижении *max* адекватности “выживает” одна интерпретация (1). Триада справа  $1 - 2 - \Omega$  трактуется аналогичным образом. На рис. 4с и 4е наличие стволов у вариантов дерева эволюции не учитывается.

Гипотеза 8. При зарождении системы зрительного восприятия ею для освоения форм внешнего мира конструируется триада протоформ с рис. 3d *линия – круг – квадрат*; они согласно рис. 4f и рис. 4g относятся к ветвям *символьность – схематичность – образность* соответственно.

Гипотеза 9. Известные из истории искусства стилевые направления могут быть объединены и представлены на рис. 4h как триада ветвей. Здесь базовая ветвь *схематичность* состоит из пяти уровней - этапов: импрессионизм – пуантилизм – кубизм и фовизм – экспрессионизм – абстракционизм. Номера над стилевыми направлениями соответствуют этапам на рис. 4е. Этапы в целом разворачиваются последовательно, за исключением кубизма и фовизма, которые реализуются параллельно. В ветвь *образность* помещается примитивизм, сначала любителей, а затем профессионалов. Ветвь *символьность* содержит символизм, который позже трансформируется в модерн.

*Комментарий.* Предлагаемое расположение не противоречит традиции, однако описывает имеющуюся ситуацию как ветви дерева эволюции. Можно видеть, что базовая ветвь здесь похожа на рис. 2с, а этап 3 толкуется в двух вариантах. Здесь не указана триада классических стилей *барокко – рококо – ампир*. Маньеризм и представленный справа сюрреализм к дереву эволюции прямо не относятся и рассматриваются отдельно.

Гипотеза 10. Характерные для системы зрительного восприятия и неизвестные сейчас способы видения могут быть реконструированы и представлены на основе известной системы изображений согласно рис. 4g. Для этого последовательность изображений должна быть, по первым, предельно упрощена. Это значит, что при анализе изображений: а) фиксируются исключительно новшества, повторения исключаются; б) выявляются только структурные элементы, сведения о которых заимствуются из литературных источников; в) удаляются элементы специфики, т.е. эстетические и сюжетные соображения в расчёт не принимаются, аллегорические толкования не рассматриваются. И, во-вторых, полученный материал следует “прочитать” в обратном порядке, как это показано на рис. 2d для дерева эволюции. В таком случае будет получен перечень архаических способов видения, которые уместно назвать “абстракционизм”, “экспрессионизм”, “кубизм - фовизм”, “пуантилизм” и “импрессионизм”.

*Комментарий.* При рассмотрении схем на рис. 4 мы имеем дело с глобальным сценарием, в котором система зрительного восприятия и система изображений представлены как компоненты единого циклического процесса. В нём можно видеть варианты дерева эволюции, волновые процессы, визуальные парадигмы, повторяющиеся элементы (инварианты), указания на протоструктуру.

## 8. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

*Общие соображения.* В настоящей работе представлена попытка объединить две сложные системы, а именно систему зрительного восприятия человека как вида и систему изображений в европейской живописи. Первую из названных систем предложено рассматривать как своего рода предысторию, а вторую - как следствие эволюции первой. Указанное объединение позволяет реконструировать архаические

способы видения человека и его возможных предшественников. Это значит, что мы можем заглянуть в прошлое и понять, как видели окружающий мир обладатели системы зрительного восприятия в ходе её эволюции.

Анализ проведён на основе структурных соображений вообще и дерева эволюции в частности при учёте широкого контекста; к рассмотрению привлечены разные точки зрения. Затронуты проблемы порядка и хаоса, логики и языка. По возможности приводимые соображения пояснены графически и распределены по уровням иерархии – своего рода ступеням. Видно, что глаз как оптический инструмент и физиология в предлагаемой модели не участвуют. Элементы оппозиции “абстрагирование” – “вчувствование” можно соотнести с полушариями головного мозга. Цикличность затронута в минимальном объёме. Отметим, что структурный подход это – другая (дополнительная) точка зрения на произведения живописи и графики, которая никак не затрагивает существующую парадигму.

Показано, что при формировании структурных эквивалентов разнообразие ограничивается при сборке и разрастается при разборке. Ограничение ведёт к порядку, а разрастание – к хаосу, т.е. можно обсуждать перенос акцента в паре *порядок – хаос*. Ещё раз повторим, что согласно гипотезе имели место пять этапов эволюции в пределах: а)  $t_0 - t_1$  (рис. 4с) при сборке способов видения в системе зрительного восприятия; б)  $t_1 - t_2$  при развёртывании изображений (рис. 4d) и с)  $t_2 - t_3$  (рис. 4е) при разборке способов видения в системе изображений. Возможно, пять обозначенных на рис.4с этапов эволюции проявляются в процессе формирования эмбриона человека.

Мы намереваемся в дальнейшем: а) представить структурный обзор изображений в интервале  $t_2 - t_3$ ; б) провести на его основе собственно реконструкцию и описать способы видения в интервале  $t_0 - t_1$ ; с) отдельно проанализировать причины формирования в живописи маньеризма и сюрреализма.

*Основное достижение.* 1. Сформулированы положения тринитарной методики для совместного исследования системы зрительного восприятия человека как вида и системы изображений в европейской живописи. 2. Предложен первичный сценарий, который исходно реализуется в системе зрительного восприятия, а затем повторяется в системе изображений, результатом чего является формирование глобального сценария. 3. Высказана идея структурного единства выбранных для анализа систем, которые объединены в сеть. Последняя представлена с помощью дерева эволюции, а также сопутствующих ему уровней иерархии. 4. Намечен план использования известной системы изображений для того, чтобы получить представление о дереве эволюции и скрытой системе зрительного восприятия человека. 5. В модельном представлении обозначены связи биологического прошлого с настоящим, продемонстрирована роль предыстории, обсуждена возможная причина детерминированности изображений.

В заключение автор искренне благодарит В.Ю. Александрову, С.Н. Белова и Ю.В. Томашевича за помощь при подготовке рукописи к публикации.

---

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арнхейм Р. Искусство и визуальное восприятие. – М.: Прогресс, 1974. – 386 с.
2. Артамонов И.Д. Иллюзии зрения. – М.: Наука, 1964. – 224 с.
3. Бенеш О. Искусство Северного Возрождения. – М.: Искусство, 1973. – 264 с.

4. Вейль Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968. – 192 с.
5. Вигнер Е. Симметрия и законы сохранения // Успехи физических наук. –1964. – Т. LXXXIII. – Вып. 4. – С. 729-739
6. Грегори Р. Разумный глаз. – М.: Мир, 1972. – 240 с.
7. Грегори Р. Глаз и мозг. – М.: Прогресс, 1970. – 53 с.
8. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
9. Зивельчинская Л.Я. Экспрессионизм. – М., Л: ОГИЗ и ИЗОГИЗ, 1931. – 144 с.
10. Карери Дж. Порядок и беспорядок в структуре материи. – М: Мир, 1985. – 232 с.
11. Коул М, Скрибнер С. Культура и мышление. – М.: Прогресс, 1977. – 264 с.
12. Кун Т. Структура научных революций. – М.: Прогресс, 1977. – 310 с.
13. Луман Н. Введение в системную теорию. – М.: Издательство “Логос”, 2007. – 360 с.
14. Минский М. Фреймы для представления знаний. – М.: Энергия, 1979. – 152 с.
15. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. – М.: Наука, 1974. – 272 с.
16. Налимов В.В. Непрерывность против дискретности в языке и мышлении. – Тбилиси: Изд. Тбилисского университета, 1978. – 83 с.
17. Налимов В.В. В поисках иных смыслов. – М.: Издательская группа “Прогресс”, 1993. – 278 с.
18. Прибрам К. Языки мозга. – М.: Прогресс, 1975. – 464 с.
19. Пригожин И., Стенгерс С. Время, хаос, квант. К решению парадокса времени. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 240 с.
20. Рок И. Введение в зрительное восприятие. Книга 1. – М.: Педагогика, 1980. – 312 с.
21. Сарабьянов Д.В. Стиль модерн. – М.: Искусство, 1989. – 296 с.
22. Смирнов В.Л. Анализ эволюции дискретных спектров для сложных систем различной природы // Сложные системы. – 2016. – № 2(19). С. 70-83.
23. Смирнов В.Л. Большой солнечный цикл: этапы структурной эволюции от зарождения до настоящего времени // Сложные системы. 2021. № 3 (40). С. 4-19.
24. Сонин А.С. Постигание совершенства. (Симметрия, асимметрия, диссимметрия, антисимметрия). – М.: Знание, 1987. – 208 с.
25. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. – Минск: Наука и техника, 1984. – 264 с.
26. Томсон Д. Дух науки. – М.: Знание, 1970. – 177 с.
27. Фейнман Р. Характер физических законов. – М.: Наука, 1987. – 160 с.
28. Флоренский П. Закон иллюзий / Труды по знаковым системам. Тарту, 1971. –Т. 5. – С. 513-521.
29. Хакен Г. Синергетика. – М.: Мир, 1980. – 383 с.
30. Шарден Пьер Тейяр де. Феномен человека. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
31. Gombrich E.H. Art and Illusion. – Prinston: Prinston Univtrcity Press, 1972. – 466 p.
32. Haken, H. Knyazeva, H. Arbitrariness in Nature: Synergetics and Evolutionary Laws of Prohibition // Journal for General Philosophy of Science. – 2000. – Vol.31. – No. 1. – P. 57-73.
33. URL: [https://bigenc.ru/fine\\_art/text/2711353](https://bigenc.ru/fine_art/text/2711353) (дата обращения 27.05.2021).
34. URL: <https://iphlib.ru/library/collection/newphilenc/document/HASH051690543f912bdd472a05> (дата обращения 27.05.2021).

**EVOLUTION TREE OF HUMAN VISUAL PERCEPTION SYSTEM:  
OPPORTUNITIES FOR RECONSTRUCTION (Part 1).**

**Smirnov V.L.** (Cand. Sci. (Physics and Mathematics))

*St.Petersberg, Russian Federation; [VladimirL.Smirnov@yandex.ru](mailto:VladimirL.Smirnov@yandex.ru)*

**Abstract.** Pursuant to the hypothesis proposed, evolvement of images in the European painting from the Renaissance to abstractionism (inclusively) the stages of evolution of the human visual perception system are mirrored inversely. At the same time, artists who use certain artistic techniques reproduce archaic visual means that are typical of the visual perception system at various stages of its evolution. Our task was to identify the pattern that would be equally convenient to describe scenarios (i.e. sequences) of structural events both in the human visual perception system and in the image system. For this purpose, such systems are presented as components of a single cyclic process. Well-described styles and stylistic trends in painting are used as the basis for our analysis. It is proposed as follows: a) to clear the system of images from subject and aesthetic elements; b) fill the identified pattern with the remaining structural components; c) read the resulting sequence of structural events in reverse order and thereby reconstruct archaic ways of seeing. The analysis findings are presented as a hierarchical structure, i.e. the evolution tree of the visual perception system with branches and trunk filled with visual paradigms represented by visual means most of which are archaic. These means were formed in the course of evolution of the visual perception system of both humans and, possibly biological species preceding to it. For the purpose of our analysis, we use the structural approach eliminating the specifics of the object under consideration. Paintings and images are considered as structural equivalents of the observed objects of the outside world. The technique is trinitarian, i.e. highlighting the elements of opposition and the basic element between them. The problem is considered from different points of view using such concepts as cyclicity – irreversibility, order – chaos, continuity – discreteness as well as linguistic logics. Much attention is paid to the situation where an ambiguous recognizing interpretation is realized in the vision system with two additional (mutually exclusive) primary meanings. The work is interdisciplinary covering a broad context to solve the problem.

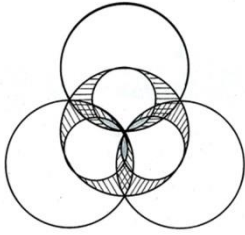
**Keywords:** structure, evolution, evolution tree, linguistic logics, ambiguous images, visual perception.

#### REFERENCES

1. Arnheim R. Art and Visual Perception: A Psychology of the Creative Eye. University of California Press, Berkeley, CA 94720, U.S.A., 2004. 518 p.
2. Artamonov I.D. Illjuzii zrenija [Illusions of sight]. M.: Nauka, 1964. 224 p.
3. Benesch O. Art of Renaissance in Northern Europe. New York: Phaidon, 1965. 195 p.
4. Weyl H. Symmetry. Princeton, New Jersey: Univ. Press, 1952. 376 p.
5. Wigner E. Symmetry and Conservation Laws. *Physics Today*. 1964. V. 17. No. 34. P. 34-40.
6. Gregory R. Intelligent Eye. London: Weidenfeld & Nicolson, 1970. 191 p.
7. Gregory R. Eye and Brain: The Psychology of Seeing. Princeton University Press, 1998. 296 p.
8. Zadeh L. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning. *Information Sciences* 9. 1975. P. 43-80.
9. Zivel'chinskaja L.Ja. Jekspressionizm [Expressionism]. M., L: OGIZ and IZOGIZ, 1931. 144 p.
10. Careri G. Order and Disorder in Matter. N.Y.: The Bengamin/Cumings Inc., 1984. 162 p.
11. Cole M., Scribner S. Culture & thought: A psychological introduction. New York John Wiley & Sons, 1974. 227 p.
12. Kuhn T. The Structure of Scientific Revolutions. Chicago: Ed. University of Chicago, 1970. 210 p.
13. Luhmann N. Introduction to the system theory. Cambridg: Polity Press, 2013. 273 p.

14. Minsky M. Frames for knowledge representation. N.Y.: Ed. H. Winston, McGraw-Hill, 1975. 76 p.
15. Nalimov V.V. Veroyatnostnaja model' jazyka [Probabilistic language model]. M.: Nauka, 1974. 167 p.
16. Nalimov V.V. Nepreryvnost' protiv diskretnosti v yazyke i myshlenii [Continuity versus discreteness in language and thinking]. Tbilisi: Publishing house of Tbilisi University. 1978. 83 p.
17. Nalimov V.V. V poiskah inyh smyslov [In search of other meanings]. M.: Progress Publishing Group, 1993. 278 p.
18. Pribram K. H. Languages of the brain. Englewood Cliffs, N. Y.: Prentice-Hall, 1971. 432 p.
19. Prigozhin I., Stengers I. Vremja, haos, kvant. K resheniju paradoksa vremeni [Time, chaos, quantum. To the solution of the paradox of times]. M.: Editorial URSS, 2003. 240 p.
20. Rock I. An Introduction to Perception. New York: Macmillan, 1975. 580 p.
21. Sarabyanov D.V. Stil' modern [Modern style]. M.: Art, 1989. 296 p.
22. Smirnov V.L. Analysis of discrete spectra of evolution paths for various complex systems. *Slozhnye sistemy [The Complex systems]*. 2017. No. 1(4). P. 21-36.
23. Smirnov V.L. Big solar cycle: stages of structure evolution from formation to present day. *Slozhnye sistemy [The Complex systems]*. 2021. No. 3 (40). P. 4-19.
24. Sonin A.S. Postizhenie sovershenstva. (Simmetrija, asimmetrija, disimmetrija, antisimmetrija) [Comprehending the perfection. (Symmetry, asymmetry, dissymmetry, antisymmetry)]. M.: Znanie, 1987. 208 p.
25. Soroko Je.M. Strukturnaja garmonija sistem [Structural harmony of systems]. Minsk: Nauka i tehnika, 1984. 264 p.
26. Thomson D. Duh nauki [Spirit of Science]. M.: Knowledge. 1970. 177 p.
27. Feynman R. The Character of physical laws. A series of lectures recorded by the BBC at Cornell University USA. L.: Cox and Wyman LTD, 1965. 173 p.
28. Florenskij P.A. Zakon illuzij [The Law of illusions]. *Trudy po znakovym sistemam [Works on structural systems]*. Tartu: Izdatel'stvo Tartusskogo universiteta, 1971. V. 5. P.513-521.
29. Haken H. Synergetics. N. Y.: Springer-Verlag, 1983. 356 p.
30. Chardin Pierre Teilhard de. The Phenomenon of Man. Harper Torchbooks, Harper & Row, Publishers, 1961. 259 p.
31. Gombrich E.H. Art and Illusion. Princeton: Princeton Univtrsrity Press, 1972. 466 p.
32. Haken, H. Knyazeva, H. Arbitrariness in Nature: Synergetics and Evolutionary Laws of Prohibition. *Journal for General Philosophy of Science*. 2000. Vol. 31. No. 1. P. 57-73.
33. URL: [https://bigenc.ru/fine\\_art/text/2711353](https://bigenc.ru/fine_art/text/2711353) (appeal date 27.05.2021).
34. URL:<https://iphlib.ru/library/collection/newphilenc/document/HASH051690543f912bdd472a05> (appeal date 27.05.2021).

УДК 521.131 + 524.47



## МНОГОСЛОЙНЫЕ МОДЕЛИ ШАРОВЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ. ЧАСТЬ 1

Смульский И.И. (д.ф.-м.н., проф.)

*Институт криосферы Земли, ТюмНЦ СО РАН, Федеральный  
Исследовательский Центр,  
г. Тюмень, РФ; [jmulsky@mail.ru](mailto:jmulsky@mail.ru)*

**Аннотация.** На основании сферических однослойных структур создаются многослойные модели шаровых звездных скоплений. Представлен алгоритм их построения и описана программа для их создания. В результате решения задачи гравитационного взаимодействия  $N$  тел исследована эволюция 5-и и 10-слойных структур. В процессе взаимодействия тел происходит переход от первоначально организованной структуры к равномерно распределенной в пространстве. Количество столкновений между телами уменьшается, и модель шарового скопления переходит в установившуюся форму существования. Представлены траектории отдельных тел. Исследованы обстоятельства сближения тел. Рассмотрены процессы при столкновении тел и приобретении ими вращательного движения и тепловой энергии.

**Ключевые слова:** задача  $N$  тел, решение, шаровые звездные скопления, свойства

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Шаровые звездные скопления имеют сферическую или несколько сплюснутую форму и содержат от десятков тысяч до миллиона звезд [1]. Средняя плотность в шаровых скоплениях равна 0.4 звезды на кубический парсек (пк) [12]. В центре плотность возрастает до  $100 \div 1000$  зв./пк<sup>3</sup>. Средний диаметр скопления достигает  $20 \div 100$  пак. Шаровые скопления – распространенные объекты Вселенной: только в нашей Галактике их около 150 [13]. Они являются старыми образованиями. Возраст большей части их равен 13.7 млрд. лет и достигает 19.2 млрд. лет [1].

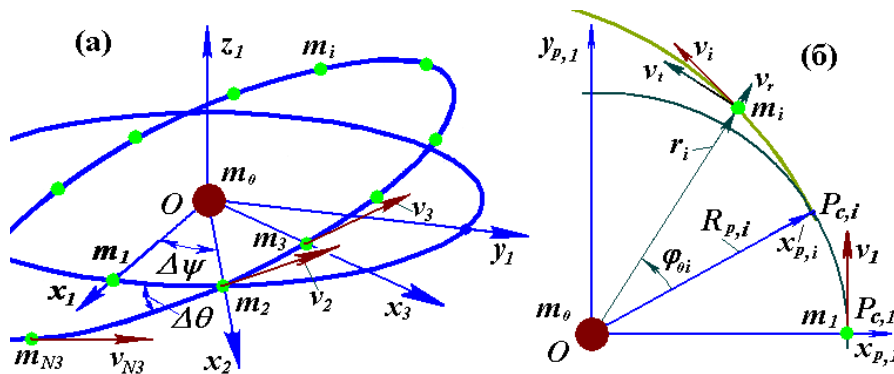
Существуют также карликовые сфероидальные галактики. Преимущественно они являются спутниками других галактик, однако встречаются в виде изолированных объектов [7]. Шаровую форму имеют также ядра галактик и окружающие их гало. Так что шаровая форма звездных ассоциаций является весьма распространенной их организацией.

Используются разные способы моделирования таких звездных ассоциаций как шаровые звездные скопления и галактики [13]. В одних из них вся область скопления рассматривается как сплошная среда, в других – как набор объектов со случайными кинематическими характеристиками. Эти модели не являются детерминированными. В детерминированных моделях каждое тело имеет свой размер, массу, координаты и скорость. Исследуется гравитационное взаимодействие каждого такого тела с каждым другим телом. Поэтому положение и скорость тела известны в любой момент времени. Этим способом были рассмотрены взаимодействия тел в сферической однослойной структуре [4-5]. Обосновано её построение, показано развитие в процессе

взаимодействия тел, и изучена ее эволюция. Такая структура представляет собой модель шарового звездного скопления с разреженной областью внутри. В настоящей работе рассматриваются многослойные структуры, каждый слой которой создается по алгоритму однослойной структуры. Обосновывается алгоритм их построения, обсуждаются исследования по выбору основных параметров этих структур, исследуется эволюция нескольких моделей многослойных структур. В процессе этой работы проявляются различные явления и свойства этих структур, исследованию которых уделено значительное внимание. Эти явления также происходят в шаровых звездных скоплениях.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И СООТНОШЕНИЯ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР

Многослойная структура создается из ряда распределённых по сфере структур [4-5]. Однослойная структура основывается на решении задачи о взаимодействии  $N_3$  периферийных тел массой  $m_i = m_1$ , расположенных осесимметрично на плоскости вокруг центрального тела массой  $m_0$  [2-3]. Такая структура разворачивается в пространстве следующим образом. Второе периферийное тело  $m_2$  (рис. 1а) вместе с остальными  $m_3, m_4, \dots, m_i, \dots, m_{N_3}$  телами поворачивается в плоскости  $x_1y_1$  на угол  $\Psi$  от первого тела. Затем через ось  $x_2$ , проходящую через второе тело вся плоскость с телами  $m_2 - m_{N_3}$  поворачивается на угол  $\Theta$  от первоначальной плоскости. В новой плоскости располагаются также вектора скорости этих тел. Такой процесс поворотов на углы  $\Psi$  и  $\Theta$  выполняется последовательно для всех тел от  $m_3$  до  $m_{N_3}$ . В результате образуется распределённая в пространстве структура (рис. 2а), в которой координаты и скорости тел при их взаимодействии позволяют им совершать в пространстве движения с периодами практически такими же, как и на плоскости. Вариацией углов  $\Psi$  и  $\Theta$  можно создавать различные сферические структуры.



**Рис. 1.** Геометрические и кинематические характеристики однослойной осесимметричной структуры  $N_3$  тел с центральным телом массой  $m_0$  и периферийными телами с массой  $m_i = m_1$ : а – повороты тел и их скоростей на углы  $\Psi$  и  $\Theta$ ; б – полярные координаты  $r_i$  и  $\varphi_{0,i}$  периферийного тела  $m_i$  на участке его траектории; полярный угол  $\varphi_{0,i}$  отсчитывается от перицентра орбиты  $P_{c,i}$ .

Существует также еще ряд других возможностей, которые позволяют с помощью поворотов на углы  $\mathcal{D}$  и  $\mathcal{D}$  создавать разные варианты структур. В работах [4-5] их рассмотрено 4. В четвертом варианте на первоначальной окружности находятся не тела  $m_i$ , а перицентры их орбит  $P_{c,i}$  (рис. 1б). Орбита может быть эллипсом, параболой или гиперболой. Периферийные тела имеют одинаковую орбиту с эксцентриситетом  $e$ , а каждое тело находится на угловом расстоянии  $\varphi_{0,i}$  от своего перицентра  $P_{c,i}$ . В этом случае тела в слое будут расположены в объемной области от радиуса перицентра  $R_p$  до радиуса апоцентра  $R_a$ .

Этот вариант использован для создания многослойных структур. Однако в настоящей статье все приводимые структуры созданы с нулевым эксцентриситетом. Поэтому все слои являются сферическими.

Пусть в многослойной структуре имеется  $N_2$  слоев, номера которых  $j = 1, 2, \dots, N_2$ . Рассмотрим координаты и скорости тела в слое  $j$  при первоначальном плоском его положении. Тела на кольце слоя  $j$  расположены равномерно с интервалом  $Dj_j = 2p / N_{3,j}$ . Тела движутся по орбитам с эксцентриситетом  $e$ . Они находятся в перицентрах своих орбит (рис. 1б), угловые координаты которых отсчитывается от оси  $x_{p,j,i}$

$$j_{0,j,i} = (i_j - 1) \times Dj_j, \quad i_j = 1, 2, \dots, N_{3,j}. \quad (1)$$

Отметим, что в отличие от рис. 1б, в формуле (1) и в последующих формулах введен дополнительный индекс номера слоя  $j$ .

Из уравнения траектории периферийного тела [2-3] можно определить расстояние тел  $r_{j,i}$  от центра  $O$ , радиальную скорость  $v_{r,j,i}$ , трансверсальную скорость  $v_{t,j,i}$ . Тогда в системе координат  $x_{p,j,i}, y_{p,j,i}, z_{p,j,i}$ , с осями  $x_{p,j,i}$ , проходящими через перицентр  $P_{c,j,i}$  (рис. 1б), координаты и скорости периферийных тел запишутся:

$$x_{p,j,i} = r_{j,i} \times \cos j_{0,j,i}; \quad y_{p,j,i} = r_{j,i} \times \sin j_{0,j,i}; \quad z_{p,j,i} = 0; \quad (2)$$

$$v_{x_{p,j,i}} = v_{r,j,i} \times \cos j_{0,j,i} - v_{t,j,i} \times \sin j_{0,j,i}; \quad v_{y_{p,j,i}} = v_{r,j,i} \times \sin j_{0,j,i} + v_{t,j,i} \times \cos j_{0,j,i}; \quad v_{z_{p,j,i}} = 0. \quad (3)$$

В результате решения задачи ньютоновского взаимодействия тел в осесимметричной структуре [2-3] уравнение траектории периферийного тела в полярной системе координат  $r_{j,i}(\varphi_{0,j,i})$  получено следующим виде:

$$r_{j,i} = \frac{R_{p,j}}{(a_{1,j} + 1) \times \cos j_{0,j,i} - a_{1,j}}, \quad (4)$$

где  $R_{p,j}$  – радиус перицентра, т.е. точки на орбите с наименьшим расстоянием до центра  $O$  на (рис. 1б);

$$a_{1,j} = m_{1,j} / (R_{p,j} \times v_{p,j}^2); \quad (5)$$

$$m_{1,j} = -G(m_{j,0} + m_{j,1} \times f_{N_{3,j}}); \quad (6)$$

$$f_{N_{3,j}} = 0.25 \overset{N_{3,j}}{\underset{i_j=2}{\mathbf{a}}} \frac{1}{\sin[p(i_j - 1) / N_{3,j}]}. \quad (7)$$

В формулах (5) - (7) использованы следующие обозначения:  $a_{1,j}$  – параметр траектории;  $m_{1,j}$  – параметр взаимодействия;  $f_{N_{3,j}}$  – вклад воздействия  $N_{3,j} - 1$  периферийных тел на одно из них.

В зависимости от параметра траектории  $\alpha_l$ , орбиты периферийных тел могут быть окружностями ( $\alpha_1 = -1$ ), эллипсами ( $-1 < \alpha_1 < -0.5$ ), параболами ( $\alpha_1 = -0.5$ ) и гиперболами ( $-0.5 < \alpha_1 < 0$ ). Время движения тела по траектории также зависит от  $\alpha_l$  [2-3].

В дальнейшем понадобятся еще четыре параметра орбиты периферийных тел [2]: период обращения по орбите

$$P_j = - \frac{2pa_{1,j} \times R_{p,j}}{v_{p,j} (-2a_{1,j} - 1)^{3/2}}, \quad (8)$$

скорость в перигеуме

$$v_{p,j} = \sqrt{m_{1,j} / (a_{1,j} \times R_{p,j})}, \quad (9)$$

эксцентриситет орбиты

$$e_j = - (1 + 1/a_{1,j}) \quad (10)$$

и большая полуось орбиты

$$a_j = R_{p,j} (2a_{1,j} + 1) / a_{1,j}. \quad (11)$$

Радиальная скорость периферийного тела определяется выражением [2]:

$$v_{r,j,i} = \pm v_{p,j} \sqrt{(a_{1,j} + 1)^2 - (a_{1,j} + R_{p,j} / r_{j,i})^2}. \quad (12)$$

Радиальная скорость положительна при движении тела от перигеума до апогеума, и отрицательна – при возвращении к апогеуму. Трансверсальная скорость запишется так [2]:

$$v_{t,i} = v_p \times R_p / r_i \quad (13)$$

Выражениями (1) – (13) определяются координаты и скорости периферийных тел во всех  $N_2$  слоях плоской структуры, если заданы массы тел  $m_{j,0}$  и  $m_{j,1}$ , радиусы перигеумов  $R_{p,j}$  и параметры траекторий  $a_{1,j}$ , или их эксцентриситеты  $e_j$ .

Для того чтобы можно было варьировать структуры, введены коэффициенты угла между телами в слое  $k_\varphi$  и угла поворота вектора скорости  $k_{\varphi v}$ , с помощью которых эти углы определяются:

$$Dy = k_j \times Dj ; \quad Dq = k_{jv} \times Dj. \quad (14)$$

По этому алгоритму будет создаваться многослойная структура, состоящая из  $N_2$  слоев. Орбита тел в слое задается эксцентриситетом  $e$  и большой полуосью  $a$ . С помощью выражения (10) параметр траектории  $\alpha_{1,j}$  определяется эксцентриситетом  $e$ , а согласно (11) радиус перигеума  $R_{p,j}$  будем определяться через полуось орбиты  $a_j$  так:

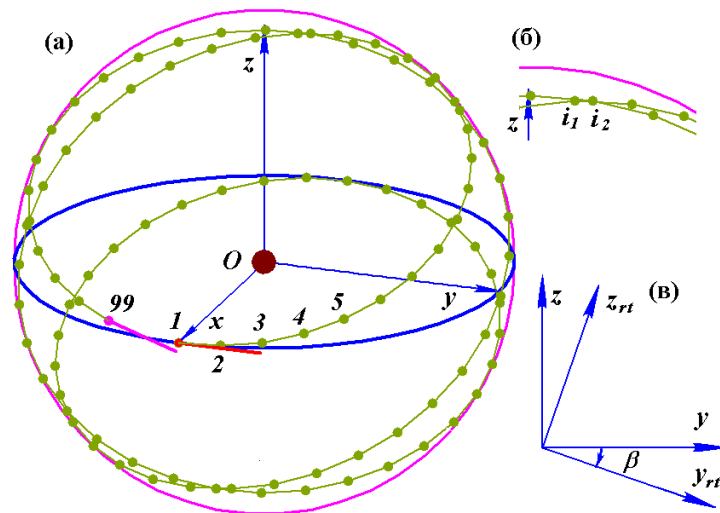
$$R_{p,j} = a_j \times a_{1,j} / (2a_{1,j} + 1). \quad (15)$$

Было показано [2], что при центрально-симметричном расположении тел в пространстве сила воздействия наружного слоя на массу, находящуюся внутри, равна нулю. С другой стороны, сила воздействия такой структуры на массу, находящуюся вне её, равна силе воздействия материальной точки, находящегося в центре структуры и имеющий массу, равную массе этой структуры. Поэтому для каждого слоя, начиная с  $j = 2$ , будем считать, что в его центре расположено центральное тело с массой  $m_{j,0}$ , равное массе всех тел, находящихся внутри слоя  $j$ , т.е.

$$m_{j,0} = m_{j-1,0} + N_{3,j-1} m_{j-1,1}. \quad (16)$$

Как уже отмечалось, плоская многослойная структура, описанная выражениями (1) – (16) превращается в пространственную последовательными поворотами на углы  $\mathcal{D}$  и  $\mathcal{D}$ . Они выполняются для каждого слоя. Алгоритм этих поворотов представлен в работах [4-5] в виде варианта 4. Поэтому здесь его приводить не будем.

Дополнительно к этому алгоритму добавлены ещё три действия. Первое действие связано с уточнением расстояния между телами в одном слое (рис. 2а). Первое периферийное тело 1 расположено на оси  $x$ , затем следуют 2, 3, 4 и т.д. тела на практически одинаковом расстоянии друг от друга. А последнее тело 99 не находится на таком же расстоянии от первого тела. Был разработан алгоритм уточнения коэффициента  $k_\varphi$  в формуле (14). Он позволяет рассчитать угол  $\mathcal{D}$  между телами так, чтобы расстояние между первым и последним телами было таким же, как и между остальными телами. С этой целью вычисляются координаты тела с номером  $N_{3,j} + 1$ . Если его координаты совпадут с координатами первого тела, то расстояние между телами  $N_{3,j}$  и 1 будет таким же, как и расстояние между остальными телами. Расчёт выполняется методом последовательных приближений, пока не будет достигнута заданная точность EPS. Как правило, коэффициент  $k_\varphi$  за 6 итераций определяется с относительной точностью  $\text{EPS} = 1 \cdot 10^{-10}$ .



**Рис. 2.** Расположение 99 тел в одном слое при  $k_\varphi = 1.7$  и  $k_{\varphi v} = 1$  в системе координат  $xyz$ : а – в нескорректированном слое расстояние между 99 телом и 1 отличается от расстояний между другими телами; отрезками показаны вектора скорости 1-го и 99-го тел; б – к коррекции расстояний на участках самопересечения слоя; в – к повороту слоя на угол  $\beta$ .

Второе действие связано с коррекцией положения тел в точках самопересечения их линии первоначального расположения (рис. 2б). С этой целью рассчитывается количество тел слоя  $N_3$  так, чтобы тело на линии, пересекающей промежуток между двумя телами, находилась примерно на одинаковом расстоянии от них. Обозначим:  $d_m$  – среднее расстояние между телами,  $d_{mn}$  – минимальное расстояние между телами  $i_1$  и  $i_2$ , где тела  $i_1$  и  $i_2$  находятся на разных участках образующей линии. Тогда длина образующей линии запишется так:

$$l_0 = N_3 d_m, \quad (17)$$

а расстояние от оси  $x$ , на которой находится тело с номером  $i = 1$ , до тела с номером  $i_1$  будет

$$l_1 = (i_1 - 1)d_m. \quad (18)$$

Расстояние до тела с номером  $i_2$  будет больше на величину  $d_{mn}$ :

$$l_2 = (i_1 - 1)d_m + d_{mn}. \quad (19)$$

Пусть при новом количестве тел  $N_3'$  тело  $i_2$  располагается посередине между телами  $i_1$  и  $i_1 + 1$ , то есть расстояние до него будет

$$l_2' = (i_1 - 1)d_m' + 0.5d_m' = d_m'(i_1 - 0.5). \quad (20)$$

Так как длина образующей  $l_0$  неизменна, то  $l_2'$  равняется  $l_2$ , откуда, с учетом (17) для  $d_m'$ , получаем новое количество тел в слое

$$N_3' = \frac{N_3(i_1 - 0.5)}{(i_1 - 1 + d_{mn}/d_m)}. \quad (21)$$

Рассчитанное по формуле (21) новое количество тел  $N_3'$  необходимо округлить до ближайшего целого числа. Как правило, так полученное новое количество тел, позволяет увеличить минимальное расстояние  $d_{mn}$  между телами  $i_1$  и  $i_2$  (рис. 2б) до приемлемых значений.

Третье действие заключается в равномерном повороте слоёв по часовой стрелке, начиная со второго, вокруг оси  $x$  на угол  $\beta_j$  (рис. 2в). Оси координат повернутого слоя обозначены как  $y_{rt}z_{rt}$ . Их проекции на оси координат  $yz$  будут:

$$y = y_{rt} \cos b + z_{rt} \sin b; \quad z = -y_{rt} \sin b + z_{rt} \cos b. \quad (22)$$

Угол поворота  $j$ -того слоя определяется выражением

$$b_j = (j - 1) \times Db, \quad (23)$$

где  $Db = 2p / N_2$ .

### 3. ПРОГРАММА СОЗДАНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

Для выполнения множественных вычислений при создании многослойной сферической структуры разработана программа MLSpStr2.for. Она состоит из трех частей, в которых осуществляются такие действия: 1) считывание исходных параметров; 2) построение многослойной структуры; 3) создание файла начальных условий для системы Galactica.

В статье используется размерно-безразмерный способ операций с данными. При задании параметров структуры аналогом соотношений параметров является Солнечная система. После создания структуры ее динамика и эволюция рассматривается в безразмерном виде. Обсуждение результатов проводится в размерном виде с параметрами для шарового звездного скопления.

Основные исходные параметры считываются из файла данных MLSpStr2.dat. В этом файле задаются параметры структуры:  $N_2$  – количество слоёв;  $N_{30}$  – начальное количество периферийных тел в первом слое;  $mi$  – исходная масса центрального тела и всех тел первого слоя;  $p_{m0}$  – часть массы  $mi$ , занимаемая центральным телом;  $A_{Sm}$  – полуось орбит периферийных тел первого слоя в астрономических единицах (AU);  $e$  – эксцентриситет орбит периферийных тел;  $k_a$  – коэффициент полуосей слоёв, начиная со второго;  $k_{N3}$  – коэффициент количества тел на этих слоях;  $k_{\varphi 0}$  и  $k_{\varphi v}$  – коэффициенты

исходных углов тел и скоростей при построении структуры; EPS – допускаемая ошибка расчета угла расположения тел  $k_\phi$ ;  $I_{nx}$  – ключ задания равномерного поворота слоев вокруг оси  $x$ ;  $I_{cm}$  – ключ выдачи координат и скоростей периферийных тел в информационном файле MlSpStr2Err;  $\rho_b$  – абсолютная плотность тел. Следует отметить, что плотность тел  $\rho_b$  в  $\text{кг/м}^3$  необходима для расчета их радиусов. Радиусы тел используются в программе Galactica при расчете их столкновений. В файле MlSpStr2.dat задается также ряд других параметров, необходимых для системы Galactica.

Этими данными полностью определены параметры центрального тела и тел первого слоя. Полуось орбит остальных слоев рассчитывается так:

$$a_j = A_{sm} \times AU \times (1 + k_a(j - 1)), \quad (24)$$

где AU – астрономическая единица, а количество тел в слое определяется пропорционально полуоси орбиты:

$$N_{3,j} = N_{3,1} \times k_{N3} \times (a_j / a_1). \quad (25)$$

Масса периферийного тела во всех слоях одинакова. Она рассчитывается по массе  $m_i$ , за вычетом массы центрального тела, и по количеству тел  $N_{3,1}$ .

После считывания исходных параметров структуры по представленному выше алгоритму осуществляется расчет координат и скоростей всех ее тел. Результаты расчетов выдаются в виде трех файлов: fN3fvout.dat, MlSpStr2Err и, например, MS15c49b.dat. В файле fN3fvout.dat приведены номера слоев  $j$ , количество тел  $N_{3,j}$ , коэффициенты  $k_{\phi,j}$  и  $k_{\phi v,j}$ , полуоси  $a_j$  в м и масса одного периферийного тела  $m_j$  в кг.

В файле MlSpStr2Err для каждого слоя выведены период  $P_j$  в сидерических годах, количество тел  $N_{3,j}$ ,  $d_m$  – среднее расстояние между телами в м, минимальное расстояние  $d_{mn}$  между телами  $i_1$  и  $i_2$  в точке пересечения их линии расположения с указанием их номеров  $i_1$  и  $i_2$ . В качестве  $d_m$  выдается расстояние между 2 и 3 телами. Кроме того, выдается количество итераций при расчете коэффициенты  $k_{\phi,j}$  и два его последних значения.

Затем выдается итоговая информация по всем слоям: минимальное расстояние между телами во всей структуре с указанием слоя и номеров тел; безразмерные координаты и скорости центра масс всей системы и первого тела первого слоя. Для центра масс эти величины должны быть равны нулю, а не нулевые их значения свидетельствуют об уровне погрешности создания системы. Например, для пятнадцатислойной структуры MS15c49b.dat с количеством тел  $N = 5866$  они находятся на уровне  $2 \cdot 10^{-17}$  при компиляции программы с двойной точностью, т.е. с длиной числа в 16 значащих цифр. Этот уровень погрешности свидетельствует, что он находится на предельно низком значении.

В конце этого файла выдаются исходные данные, заданные в файле MlSpStr2.dat. Таким образом, файл MlSpStr2Err как бы является паспортом созданной структуры: в нем содержится необходимая информация о ней.

Дополнительно в файле MlSpStr2Err выдаются координаты и скорости всех тел в слоях в размерном виде при задании в файле исходных данных MlSpStr2.dat ключа  $I_{cm} = 1$ . Файл MlSpStr2Err также предназначен для выдачи сообщений об ошибках при

работе программы MLSpStr2.for. При появлении ошибки, ее расшифровка записывается в этот файл.

На основании исходных данных, заданных в файле MLSpStr2.dat, создается структура с размерами слоев и количеством тел на них, согласно алгоритму (24) – (25). Для создания структур с другим алгоритмом используется дополнительный файл исходных данных fN3fvinp.dat. В нем задаются номера слоев  $j$ , количество тел  $N_{3,j}$ , коэффициенты  $k_{\varphi,j}$  и  $k_{\varphi v,j}$ , полуоси  $a_j$  в м и масса одного периферийного тела  $m_j$  в кг. На основании этих данных создается многослойная структура. При этом масса центрального тела рассчитывается на основании файла исходных данных MLSpStr2.dat. Программа MLSpStr2 при наличии файла исходных данных fN3fvinp.dat создает структуру из данных этого файла, а при его отсутствии – по алгоритму (24) – (25).

В файле начальных условий для программы Galactica, например, MS15c49b.dat записываются массы, координаты, скорости и радиусы тел, а также ряд других параметров, необходимых для расчета их динамики и эволюции. Система Galactica [8] - [10] позволяет рассчитать динамику многослойной структуры и исследовать ее эволюцию. Кроме того, она используется для завершения создания структуры. По представленному выше алгоритму создается структура, в которой тела в слоях организованы по определенному порядку. После их взаимодействия в течение некоторого времени тела равномерно распределяются по пространству. Для этого распределения и используется система Galactica.

В файле начальных условий, например, MS15c49b.dat используются безразмерные величины [9]. Все массы тел отнесены к общей массе системы  $m_{ss}$ . Время  $T$  выражается в сотнях периодов  $P_l$  обращения тел первого слоя, где  $P_l$  определяется по начальным данным согласно (8). Для этого введен коэффициент времени

$$k_t = 1 / (100 \times P_l). \quad (26)$$

Геометрические размеры в программе Galactica отнесены к величине

$$A_m = (G \times m_{ss} / k_t^2)^{1/3}, \quad (27)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная.

В программе Galactica интегрируются дифференциальные уравнения взаимодействия тел по закону тяготения Ньютона. Они в безразмерном виде, например, для проекции  $x$  выглядит так:

$$\frac{d^2 x_j}{dT^2} = - \sum_{k=1}^N \frac{m_{o,k} (x_j - x_k)}{r_{jk}^3}, \quad j = k = 1, 2, \dots, N, \quad (28)$$

где  $x_j = x_{C,j} / A_m$  – безразмерная координата  $j$ -того тела;

$x_{C,j}$  – размерная координата  $j$ -того тела относительно центра масс всей структуры;

$m_{o,k} = m_k / m_{ss}$  – безразмерная масса  $k$ -того тела;

В программе Galactica используется метод интегрирования высокой точности [10]. Применительно к динамике Солнечной системы точность программы Galactica на порядки превышает точность программ NASA [6, 11]. Система Galactica, с набором необходимых средств для решения задач, свободно доступна на сайте <http://www.ikz.ru/~smulski/GalactcW/>. Ее описание представлено в файле GalDiscrp.pdf на русском языке, а в файле GalDiscrpE.pdf – на английском. Программа MLSpStr2,

файл данных MLSpStr2.dat и упоминаемые здесь файлы структур представлены на сайте <http://www.ikz.ru/~smulski/Data/MLSpStr/>.

#### 4. ПЕРВЫЕ ВАРИАНТЫ ПЯТИСЛОЙНЫХ СТРУКТУР

Для создания структуры необходимо определиться с выбором параметров, задаваемых в файле MLSpStr2.dat. Ряд этих параметров определился при создании и исследовании сферических однослойных структур [4-5]. Рассматриваемые далее структуры имели следующие размерные параметры: исходная масса центрального тела и первого слоя равняется массе Солнечной системы  $m_i = 1.99179 \cdot 10^{30}$  кг, доля в этой массе центрального тела  $p_{m0} = 0.99$ ; длина полуоси первого слоя равняется 1 астрономической единице, т.е.  $a_1 = 149.595$  млн. км. В этом случае период обращения первого слоя  $P_1 = 1$  сидерический год. Остальные параметры были следующие:  $A_{sm} = 1$ ;  $e = 0$ ;  $k_a = 1$ ;  $k_{N3} = 1$ ;  $k\varphi = 2.83$ ;  $k_{\varphi v} = 1$ ;  $EPS = 1 \cdot 10^{-10}$ ;  $\rho_b = 5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Отметим, что массы тел находятся в таком соответствии с телами Солнечной системы:  $m_0 = 0.991m_S$  а  $m_1 = 0.354m_{Sa}$ , где  $m_S$  – масса Солнца, а  $m_{Sa}$  – масса Сатурна. Пятислойные структуры с этими параметрами, представленные на рис. 3, созданы с равномерным поворотом слоев вокруг оси  $x$ , то есть с ключом  $I_{nx} = 1$ .

В пятислойной структуре MS05c99d.dat размеры слоев  $a_j$ , согласно (24), увеличиваются с каждым слоем на полуось орбиты первого слоя, а в соответствии с (8) их периоды  $P_j$  равны 2.80; 5.07; 7.66 и 10.46 периодов первого слоя. Количество тел в слоях: 99, 198, 297, 396, 495, также согласно (25) увеличивается на количество тел первого слоя. Общее количество тел  $N = 1486$ . На рис. 3а отрезками показаны вектора скорости 2-ого и 1486-ого тел. В отличие от рис. 1 и рис. 2, нумерация тел начинается с центрального тела ( $m_1$ ), первое тело первого слоя обозначено как  $m_2$ . В месте самопересечения линии образования слоев 2 и 4 расстояние между телами было в 66 и 14 раз, соответственно, меньше среднего расстояния между телами. Поэтому при расчете движения тел структуры с помощью системы Galactica в этих местах начались интенсивные столкновения тел и их слияние. На рис. 3б показана структура в момент  $T = 1.01$ , то есть через 101 обращение тел первого слоя. В ней произошло 91 столкновение, при этом 88 тел стали с двойными массами, одно – с тройной массой и одно тело столкнулось с центральным телом.

На рис. 3в представлено распределение относительных расстояний тел  $r_{r1}$  от центра масс в зависимости от их номеров  $k = 1, 2, \dots, N$  в момент времени  $T = 1.01$ . Линиями приведены расстояния тел  $r_{r1}$  при  $T = 0$ . Расстояния отнесены к полуоси орбиты первого слоя  $a_1$ , т.е.  $r_{r1} = r/a_1$ . Как видно, наибольшее расстояние одного из тел достигает величины  $20a_1$ . На горизонтальной оси точками нанесены номера тел, которые слились с другими телами. Видно, что в областях 2-ого и 4-ого слоев имеются пустые участки, т.е.  $r_{r1} = 0$ . В этих местах были малые расстояния между телами в пересечениях их линии расположения. Поэтому в этих местах происходили интенсивные столкновения тел в процессе их взаимодействия. Чтобы исключить эти столкновения была создана структура MS05c99c.dat, в которой количество тел  $N_{3,2}$  и  $N_{3,4}$  в слоях 2 и 4 корректировались согласно (21), в результате чего они увеличились на 1 тело. Поэтому общее количество тел в этой структуре (рис. 3г) стало  $N = 1488$ . Внешне эта структура не отличается от предыдущей (см. рис. 3а).

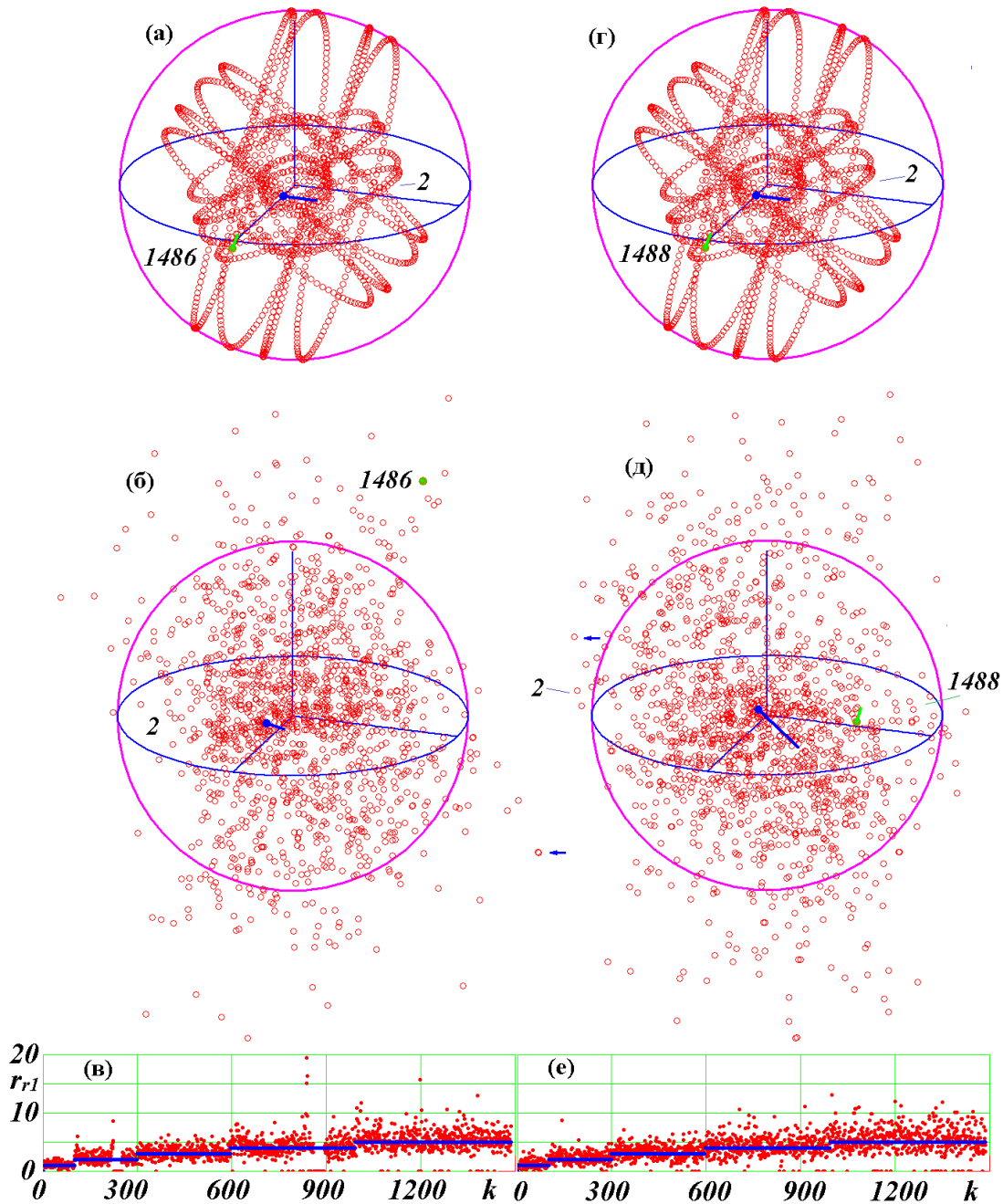


Рис. 3. Два варианта пятислойных структур вначале (а, г) и в результате взаимодействия (б, д) составляющих их тел: а, б, в – MS05c99d.dat; г, д, е – MS05c99c.dat; первое тело первого слоя  $m_2$  находится на оси  $x$ ; вектора скорости тел  $m_2$  и  $m_N$  показаны отрезками; на видах в и е линиями показаны расстояния тел  $r_{r1}$  от центра масс в момент  $T = 0$ .

Следует отметить, что алгоритм (21) коррекции количества тел  $N_{3,j}$  в слое не внесен в программу MLSpStr2.for. Поэтому новые количества тел в слоях вводятся с помощью дополнительного файла fn3fvinp.dat.

При расчете движения тел этой структуры за время  $T = 1.05$ , то есть почти такое, как и предыдущей структуры, количество столкновений было 38. Таким образом, устранение минимальных расстояний во втором и четвертом слоях привело к уменьшению столкновений в 2.4 раза. За время  $T = 1.95$  (рис. 3д) всего было 44 столкновения. При этом образовалось 40 тел с двойной массой, одно тело с четверной

массой. Кроме того, было одно столкновение с центральным телом. Таким образом, за второй отрезок времени  $\Delta T = 0.9$  всего было 6 столкновений. В этой структуре (рис. 3д) тела более равномерно распределены по пространству, чем в предыдущей структуре на рис. 3б.

На рис. 3е показано распределение относительных расстояний тел второй структуры. Разброс расстояний в ней значительно меньше, чем в предыдущей структуре (рис. 3в). Наибольшее расстояние одного из тел равно  $13a_I$ . Также отсутствуют пустые участки в области 2-ого и 4-ого слоев.

Для рассмотренных выше двух структур задачи взаимодействия тел считались в системе Galactica с шагом  $dT = 1 \cdot 10^{-7}$ . Файлы с кинематическими параметрами структур выдавались через  $KI3 = 1 \cdot 10^5$  шагов. Это соответствовало интервалу времени  $\Delta T = 0.01$ , который равен периоду обращения тел в первом слое. Для структуры MS05c99d.dat было выдано 101 файл, а для структуры MS05c99c.dat – 195.

## **5. ЭВОЛЮЦИЯ ПЯТИСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ**

### **5.1. Общие изменения**

В структурах на рис. 3 слои последовательно поворачивались вокруг оси  $x$ , поэтому эти структуры стали несимметричными. В связи с этим была создана структура MS05c99e.dat с теми же параметрами, что и структура MS05c99c.dat, но без поворота слоев, то есть с параметром  $I_{nx} = 0$ . Как видно из рис. 4а, она более симметрична. Она имеет  $N = 1488$  тел, а параметры слоев такие же как у структуры MS05c99c.dat. После 196 обращений тел первого слоя, то есть при  $T = 1.96$  рассматриваемая структура (см. рис. 4б) также более симметрична, чем предыдущая (рис. 3д). Однако разброс расстояний тел  $r_{rI}$  (рис. 4в) немного больше, чем в предыдущей (рис. 3е). Наибольшее удаление тела от центра масс  $r_{rI\max} = 15.7$  по сравнению с  $r_{rI\max} = 13.1$  в предыдущей структуре. В ней также немного больше столкновений, а именно, 46, по сравнению с предыдущей – 44. Отметим, что наибольшее удаление от центра масс  $r_{rI\max} = 15.7$  имеет тело 1434.

Динамика столкновений рассматриваемой структуры показана на рис. 4г. К моменту  $T = 1.96$  в ней образовалось 40 тел с двойной массой и 3 тела с тройной массой. Как видно из рис. 4г, в начальный отрезок времени до  $T < 0.5$  столкновения происходят чаще, а на участке  $T > 0.7$  – реже. Вначале скорость количества столкновений равна  $v_{imp} = 64$  столкновения на 100 обращений тел первого слоя, а затем  $v_{imp} = 8$ . То есть скорость количества столкновений уменьшилась в восемь раз. Если отнести скорость к количеству тел, то на последнем участке она будет  $v_{impI} = v_{imp}/N = 5.4 \cdot 10^{-3}$ .

Из визуального анализа структур следует, что остатки первоначальной организации структуры, представленной на рис. 4а, еще сохраняются к моменту  $T = 0.1$ , а к моменту  $T = 0.2$  их уже нет. Поэтому с последнего момента можно считать, что структура с неупорядоченным движением создана, и вид ее в дальнейшем мало изменяется. А по достижению скорости  $v_{imp}$  второго участка ее изменения, можно считать, что динамика структуры перешла в стабильную фазу ее существования.

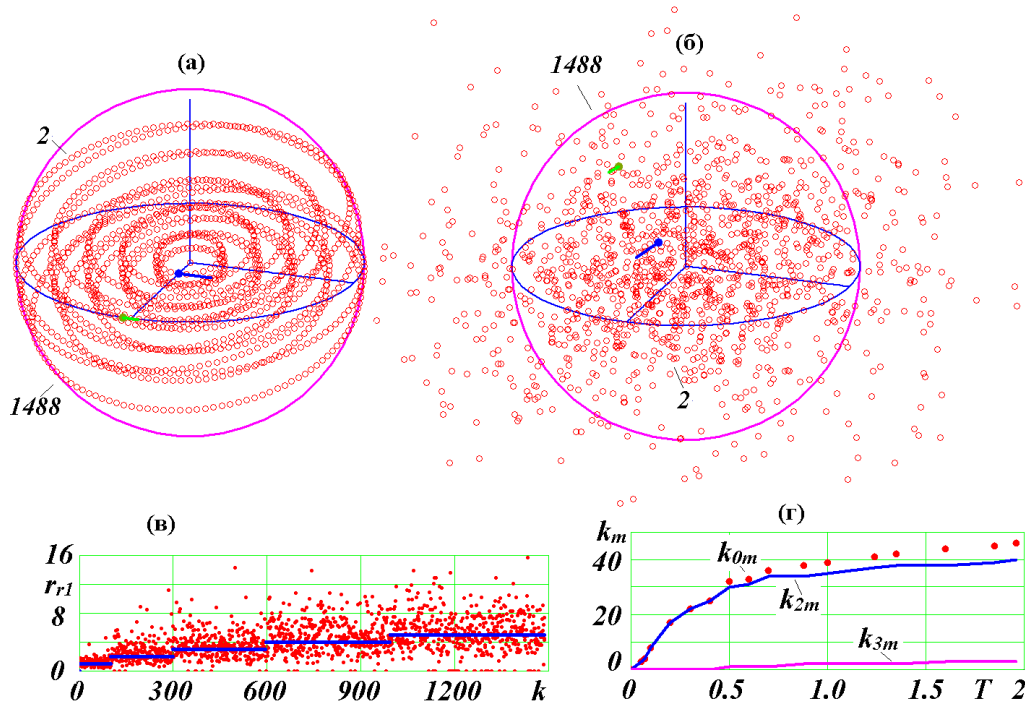


Рис. 4. Пятислойная структура MS05c99e.dat без поворотов слоев. а-в –  $T = 0$ ; б-в – момент  $T = 1.96$ ; г – динамика столкновений:  $k_{0m}$  – количество столкновений;  $k_{2m}$  и  $k_{3m}$  – количество образовавшихся тел с массой  $2m_1$  и  $3m_1$ , соответственно. Остальные обозначения см. рис. 3.

### 5.2. Траектории отдельных тел

Были исследованы траектории движения тел разных слоев: тела 2 первого слоя, тела 401 третьего слоя и тел 1434 и 1488 последнего слоя. Исследования выполнялись для двух интервалов времени: начального  $T = 0 \div 0.15$  (рис. 5а, б) и конечного  $T = 1.81 - 2.11$  (рис. 5в, г, д).

На начальном интервале времени тело 2 вначале движется по окружности (см. рис. 5а) с периодом равным  $P_1 = 0.01$ . Его орбита находится в плоскости  $xu$ . Со временем орбита приобретает эллиптичность, и период обращения немного увеличивается. На конечном интервале времени (рис. 3в) эксцентриситет орбиты тела 2 увеличивается до  $e = 0.385$ , но размеры ее уменьшаются, период также уменьшается и становится меньше 0.01. На трехмерном графике рис. 5д видно, что орбита тела 2 поворачивается в пространстве и с каждым обращением тела 2 вокруг центра масс она все дальше отклоняется от плоскости  $xu$ .

Орбита тела 401 на начальном участке (рис. 5а) при первом обращении тела практически является окружностью с периодом  $P_2 = 0.028$ . Затем у нее появляется эллиптичность, и период обращения немного увеличивается. На конечном интервале времени (рис. 5в) эксцентриситет достигает значения  $e = 0.373$ , размер орбиты увеличивается, а период достигает значения  $1.25P_2$ . Как видно из рис. 5д, орбита с каждым обращением поворачивается в пространстве.

Орбита тела 1488, последнего тела пятого слоя, на начальном участке (рис. 5б) является окружностью с периодом обращения  $P_5 = 0.1046$ . На конечном участке (рис. 5г) она уже эллиптическая с эксцентриситетом  $e = 0.349$ , но период обращения остался таким же. Из рис. 5д видно, что по сравнению с другими телами орбита тела 1488

меньше изменяется в пространстве.

Орбита наиболее удаленного тела 1434, как видно из рис. 5б, начинает значительно изменяться в течение первого обращения. На конечном участке (рис. 5г) она уже является эллипсом с эксцентриситетом  $e = 0.491$  и периодом 0.30, при первоначальном периоде обращения тел 5-ого слоя 0.1046. То есть, период возрос в три раза.

Следует отметить, что орбиты являются точно эллипсами, параболами и гиперболами только в двух случаях взаимодействий: 1) двух тел и 2)  $N$  тел, осесимметрично расположенных на плоскости [3]. Поэтому здесь под эллиптической орбитой подразумевается ограниченная в пространстве траектория, а под гиперболической и параболической – неограниченные траектории. При этом у тела на параболической траектории скорость в бесконечности стремится к нулю.

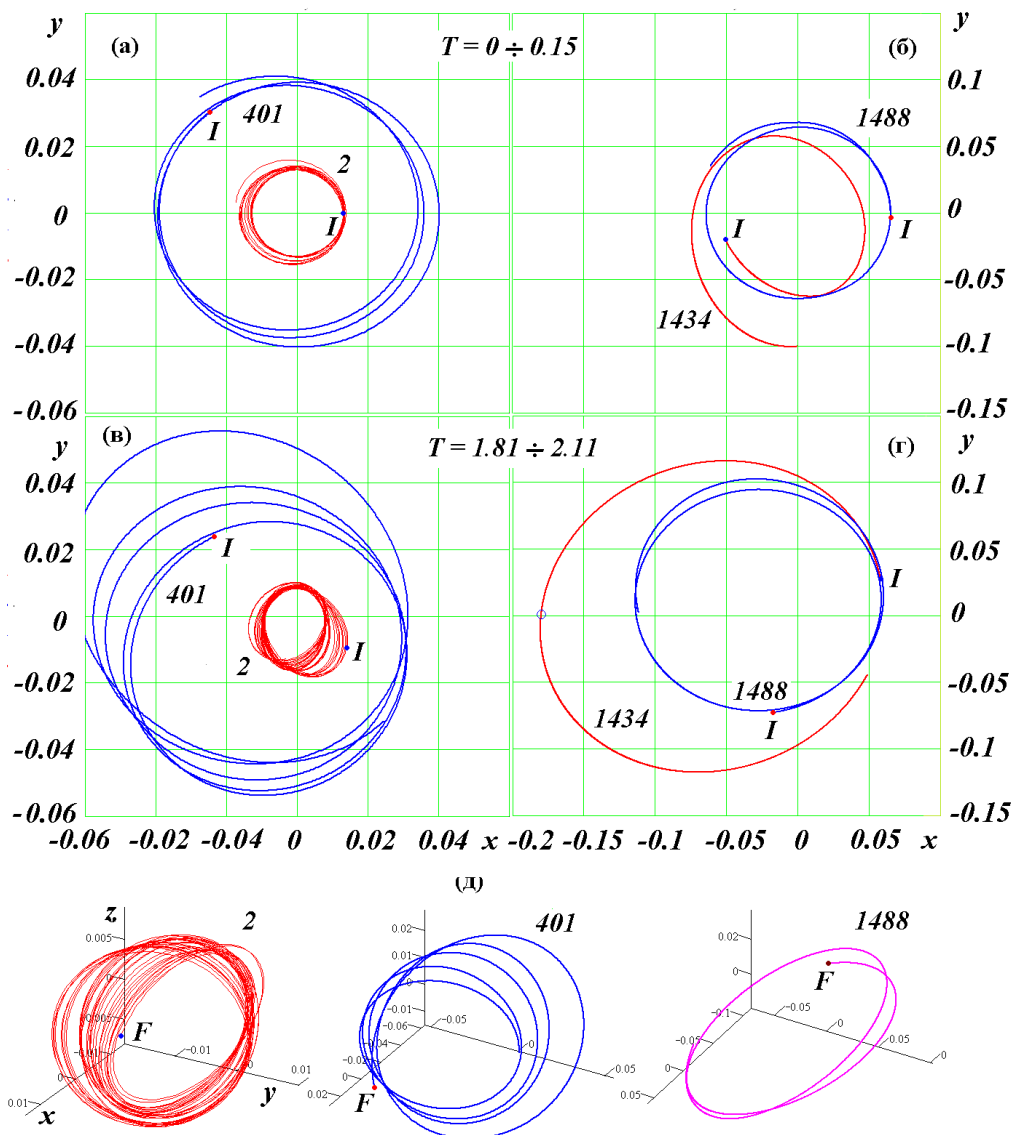
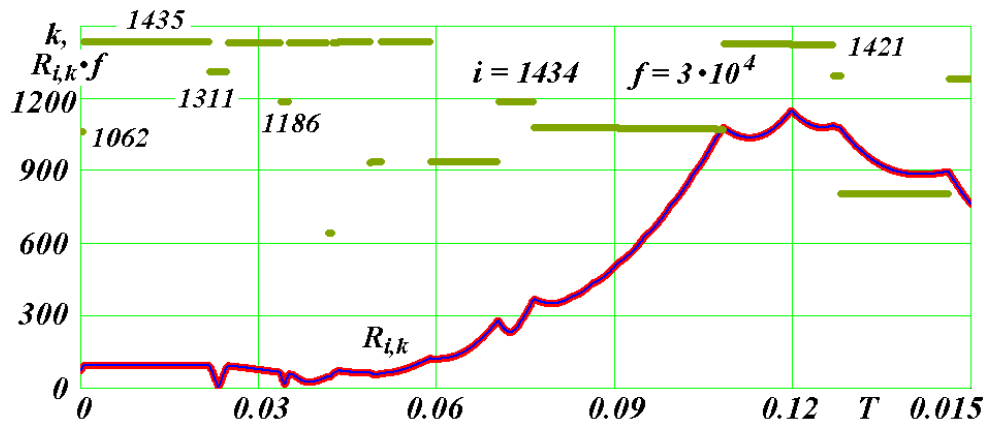


Рис. 5. Траектории тел 2, 401, 1434 и 1488 в начальный (а, б) и в конечный (в, г и д) периоды эволюции структуры MS05c99e.dat: I и F – начальная и конечная точки траекторий; на виде д – трехмерные изображения траекторий; кружком на виде г показано положение тела 1434 в момент  $T = 1.96$ .

**5.3. Динамика сближений отдельного тела с другими телами**

Изменение орбиты тела 1434 происходит за счет его сближений с другими телами. График сближений тела 1434 на начальном участке показан на рис. 6. По вертикальной оси отложены номера тел  $k$ , с которыми сближается тело  $i = 1434$ . Они отмечены точками или горизонтальными отрезками, если точки накладываются друг на друга. По вертикальной оси также отмечено расстояние  $R_{ik}$  в момент сближения тела 1434 с телом  $k$ . Расстояние  $R_{ik}$  увеличено на множитель  $f$ . Величина  $R_{ik}$  определена как минимальное расстояние тела  $i$  с другими телами за количество шагов интегрирования  $KI3$ , где  $KI3$  – параметр системы Galactica. В данном случае интегрирование выполнялось с шагом  $dT = 1 \cdot 10^{-7}$ .



**Рис. 6.** График сближения тела  $i = 1434$  с телами  $k$  на расстояние  $R_{i,k}$  за количество шагов интегрирования  $KI3 = 3000$  с шагом  $dT = 1 \cdot 10^{-7}$  на начальном интервале времени  $T = 0 \div 0.15$ . Безразмерное расстояние  $R_{i,k}$  на графике увеличено в  $f = 3 \cdot 10^4$  раз.

Как следует из рис. 6, в начальный момент  $T = 0$  тело 1434 проходило на расстоянии  $2.40 \cdot 10^{-3}$  от тела 1062, находящегося в пересечении линии образования. При этом расстояние между телами на этой линии равно  $3.17 \cdot 10^{-3}$ , то есть такого же порядка. Затем тело 1434 движется практически с неизменным расстоянием до соседнего тела 1435 до момента  $T = 2.16 \cdot 10^{-2}$ , затем в момент  $T = 2.32 \cdot 10^{-2}$  происходит его сближение с телом 1311 на расстояние  $R_{ik} = 1.66 \cdot 10^{-4}$ . Это расстояние соответствует 90 радиусам тела. Затем в момент  $T = 3.44 \cdot 10^{-2}$  происходит сближение с телом 1186 на расстоянии  $R_{ik} = 5.84 \cdot 10^{-4}$ . Эти два сближения приводят к существенному изменению траектории тела, его орбита становится эллиптической. Оно отдаляется от всех тел на расстояние  $R_{ik} = 3.83 \cdot 10^{-2}$  до ближайшего тела 1421 в момент  $T = 0.12$ . Это наиболее удаленная точка его орбиты, после которой тело 1434 начинает снова приближаться к центру структуры. В этой точке расстояние тела 1434 от центра было  $r = 0.109$ .

В результате дальнейших взаимодействий эксцентриситет орбиты увеличился, и в апоцентрии к моменту  $T = 1.96$  (рис. 5г) оно удаляется от центра на расстояние  $r = 0.205$ , что в 3.14 раза больше первоначального размера структуры.

**5.4. Определение параметров траектории отдаленного тела**

При рассмотрении результатов расчетов движения тел структуры на рис. 3б, 3д и рис. 4б возникает необходимость в определении вида движения отдаленных тел. То

есть, необходимо определить является ли такое тело телом этой структуры, или оно выброшено из нее. Чтобы не проводить специальных исследований траектории такого тела для решения этого вопроса, рассмотрим метод, основанный на результатах задачи двух тел.

Для отдаленного от структуры тела можно считать, что на него действует вся структура с массой  $m_{ss}$ , которая находится в её центре масс. Тогда параметр траектории движения тела, аналогично (5), будет

$$\alpha_l = \mu_l / (R_p \cdot v_p), \quad (29)$$

где  $R_p$  и  $v_p$  ее радиус перицентра и скорость тела в нем, а параметр взаимодействия  $\mu_l = -G \cdot m_{ss}$ . В результате расчетов взаимодействия по программе Galactica мы имеем координаты  $x, y, z$  и скорости  $v_x, v_y, v_z$  тела в системе центра масс. Из определения скалярного произведения радиус-вектора тела  $\vec{r}$  и вектора скорости  $\vec{v}$  можно записать

$$xv_x + yv_y + zv_z = r \cdot v \cdot \cos \beta_l, \quad (30)$$

где  $\beta_l$  - угол между  $\vec{r}$  и  $\vec{v}$ ;

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Тогда из (30) получаем выражение для угла  $\beta_l$

$$\cos b_1 = \frac{xv_x + yv_y + zv_z}{r \cdot v} \quad (31)$$

Вдоль радиус-вектора  $\vec{r}$  направлена радиальная скорость  $v_r$ , а перпендикулярно ему – трансверсальная  $v_t$ , то есть

$$v_r = v \cdot \cos \beta_l; \quad v_t = v \cdot \sin \beta_l. \quad (32)$$

С другой стороны, согласно задачи 2-х тел [2], радиальная и трансверсальная скорости аналогично (12) и (13) запишутся так:

$$v_r = \pm v_p \sqrt{(a_1 + 1)^2 - (a_1 + R_p / r)^2}; \quad v_t = v_p \cdot R_p / r. \quad (33)$$

Исключая  $v_t$  из (32) и (33) получаем скорость в перицентрии

$$v_p = \frac{v \cdot r \cdot \sin b_1}{R_p}, \quad (34)$$

а исключая  $v_r$ , из (32) – (33) с учетом (34) получаем выражение

$$R_p \cos b_1 = r \sin b_1 \sqrt{(a_1 + 1)^2 - (a_1 + R_p / r)^2}. \quad (35)$$

В три уравнения (29), (34) и (35) входят три параметра  $\alpha_l, R_p$  и  $v_p$ . В результате последовательных подстановок и решений квадратных уравнений радиус перицентра получаем в следующем виде:

$$R_p = \frac{m_\dagger \pm \sqrt{m_\dagger^2 + r^2 \sin^2 b_1 (1 + 2m_\dagger / r)}}{1 + 2m_\dagger / r} \quad (36)$$

где введено обозначение  $\mu_v = \mu_l / v^2$ . Величина  $\mu_v$  измеряется в  $m$  и отрицательная, то есть  $\mu_v < 0$ . Выражение (36) дает два значения  $R_p$ : при знаке «-» в случае эллиптической орбиты получаем радиус апоцентра  $R_a$ , а в случае «+» получаем радиус перицентра  $R_p$ .

При известном радиусе перицентра  $R_p$  скорость в перицентре  $v_p$  определяется выражением (34). При  $v_p > 0$  обращение по орбите происходит против часовой стрелки. Затем по формуле (29) определяется параметр траектории  $\alpha_l$ , а по формуле (10) –

эксцентриситет орбиты  $e$ . Эти параметры в соответствии с (4) позволяют определить траекторию движения тела, а также время движения по ней [2].

В случае параболической или гиперболической орбиты скорость на бесконечности определяется так

$$v_{\infty} = v_p \sqrt{2a_1 + 1} \quad (37)$$

Для гиперболической орбиты радиус апоцентра  $R_a$  из выражения (36) при знаке «-» получается отрицательным.

Для тела 1434 рассчитанные по этому алгоритму параметры для момента  $T = 1.96$  имеют следующие значения:  $R_p = 0.0694$ ,  $v_p = 4.638$ ,  $\alpha_1 = -0.669$ ,  $e = 0.494$ ,  $R_a = 0.2049$ ,  $v_a = 1.572$ . Так как для эллиптической орбиты  $-0.5 > \alpha_1 > -1$ , то траекторией тела 1434 является эллипс. В момент  $T = 1.96$  тело находится на расстоянии  $r = 0.2049$ , имеет скорость  $v = 1.572$ . Эти параметры совпадают с параметрами апоцентра. Как видно из рис. 5г, тело 1434 действительно находится в наиболее удаленной от центра точке траектории, то есть в ее апоцентре. Поэтому представленный выше алгоритм (29) - (37) можно использовать для оценки траектории отдаленного тела по его координатам и скорости в какой-то момент времени.

## 6. ЭВОЛЮЦИЯ ДЕСЯТИСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

### 6.1. Общие изменения

В связи с тем, что в структуре с повернутыми слоями вокруг оси  $x$  (рис. 3г) столкновений было немного меньше, чем в структуре без поворотов (рис. 4а), было принято решение создать 10-и и 15-слойные структуры с повернутыми слоями. Такая десятислойная структура представлена на рис. 7а. Ее начальные параметры в файле MLSpStr2.dat такие же, как и структуры на рис. 3г, за исключением количества слоев, которое задано  $N_2 = 10$ . Все близкие сближения в самопересечениях линии образования устранены. Количество тел в слоях изменяется от 99 в 1-м слое до 991 – в 10-ом, полуоси от  $a_1 = 0.0118$  – до  $a_{10} = 0.1179$ , периоды от  $P_1 = 0.0100$  – до  $P_{10} = 0.2536$ . Общее количество тел  $N = 5451$ .

Счет движения тел по программе Galactica в предыдущих случаях осуществлялся с шагом  $dT = 1 \cdot 10^{-7}$ . При этом шаге время счета интервала  $\Delta T = 0.01$ , эквивалентного одному обращению тела первого слоя, длилось 7 часов. Для десятислойной структуры с  $N = 5451$  счет этого интервала времени занимал 97 часов. Чтобы решить задачу за необходимый интервал времени, длительности ее счета превышала один год. Поэтому решение задач с таким количеством тел выполнялось с шагом  $dT = 10^{-6}$  в режиме автоматического подбора шага, который запускается в системе Galactica ключом K14 = 3. Так как результаты выдаются через определенное число шагов интегрирования, то в этом случае интервал времени между этими результатами может быть разным.

Следует отметить, что в системе Galactica также происходит автоматическое изменение шага при сближении тел до расстояний порядком их диаметров. Эти обстоятельства необходимо учитывать при анализе точек на графиках изменения параметров по времени.

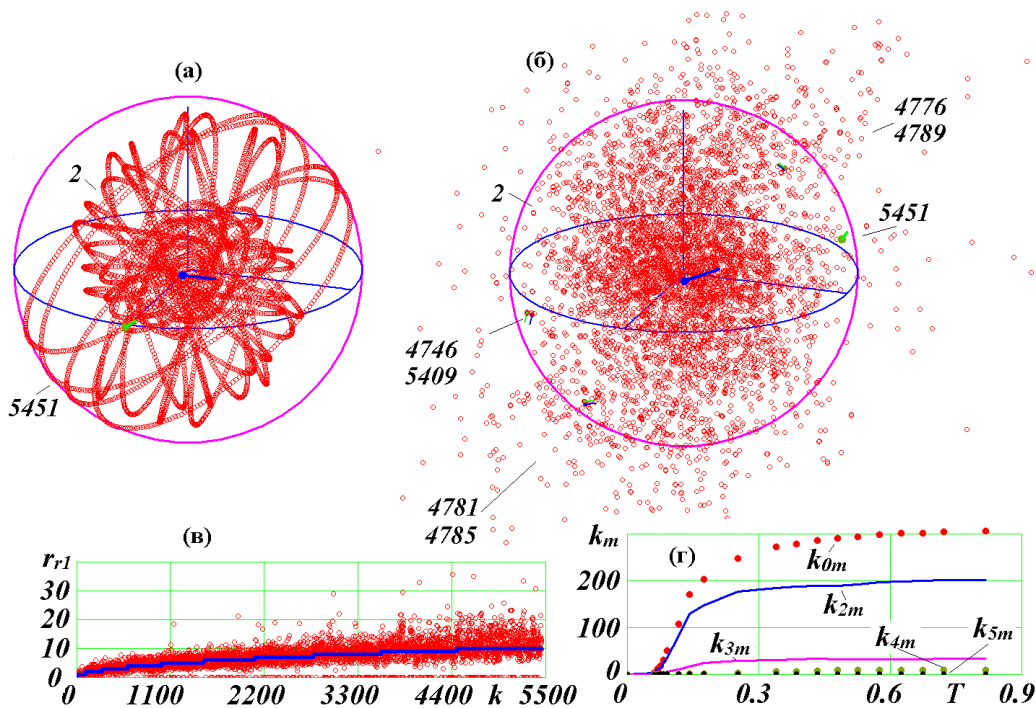


Рис. 7. Десятислойная структура MS10c99b.dat и ее эволюция. Вид (б) – в момент  $T = 0.815$ . На виде (г) показана динамика столкновений:  $k_{0m}$  – количество столкновений;  $k_{4m}$  – количество образовавшихся тел с массой равной  $4m_1$ ;  $k_{5m}$  – количество образовавшихся тел с массой равной  $5m_1$ . Остальные обозначения см. на рис. 3 и рис. 4.

После 81.5 обращений тел первого слоя, то есть при  $T = 0.815$ , вид структуры представлен на рис. 7б. К моменту  $T = 0.1$  еще сохраняются элементы первоначальной организации структуры, а моменту  $T = 0.2$  они полностью исчезают. К моменту  $T = 0.4$  структура приобретает вид, который дальше практически не изменяется. Разброс расстояний тел на рис. 7в ограничен  $40a_1$ . Около 30 тел выброшено на большее расстояние, наибольшее из которых равно  $r_{r1} = 600$  для тела 1575.

К моменту  $T = 0.815$  было 306 столкновений, одно из которых с центральным телом. При этом образовалось 202 тела двойной массы, 34 тела тройной, 9 – четверной и 2 тела с массой  $5m_1$ . Динамика столкновений представлена на рис. 7г. До  $T = 0.061$  столкновений не было. Затем начались частые столкновения, скорость количества которых также рассмотрим на двух участках. На первом интервале  $\Delta T = 0.0688 \div 0.142$  скорость количества столкновений  $v_{imp} = 2158$  соударений на 100 обращений тел первого слоя, а на втором участке  $\Delta T = 0.339 \div 0.815$  средняя скорость была  $v_{imp} = 69.3$ . При этом на данном участке наблюдается тенденция дальнейшего снижения скорости, возможно, в бесконечности – до нуля. В этой структуре скорость на втором участке по сравнению с первым участком уменьшилась в 31 раз. При этом скорость, приходящаяся на одно тело  $v_{imp1} = 1.27 \cdot 10^{-2}$ , что в 2.4 раза больше, чем у пятислойной структуры.

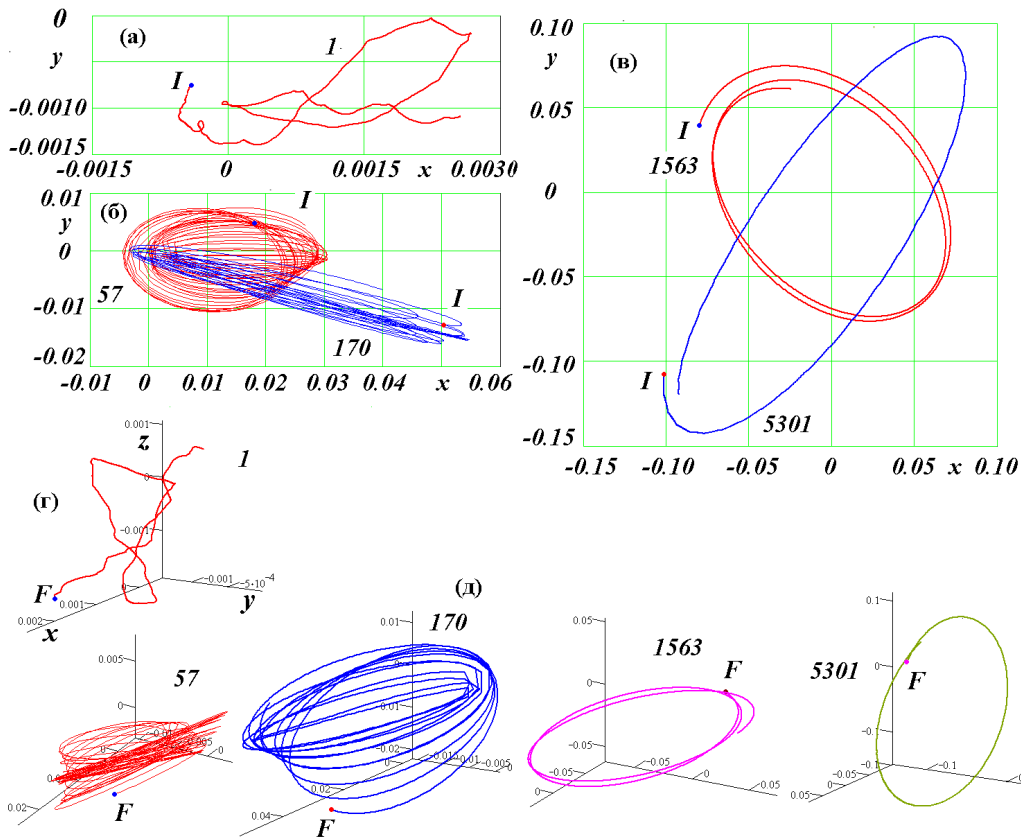
## 6.2. Траектории отдельных тел

На рис. 8 представлены траектории центрального тела 1, тела первого слоя 57, тела второго слоя 170, тела 6-того слоя 1563 и тела десятого слоя 5301. Эти расчеты выполнялись на интервале  $T = 0.663 \div 1.021$  с шагом  $dT = 1 \cdot 10^{-7}$ . Траектория центрального тела 1 вокруг центра масс является нерегулярной (рис. 8а). Ее

трехмерный вид представлен на рис. 8г. Тело *I* не удаляется от центра масс на расстояние больше 0.003, что составляет 0.23 радиуса внутреннего слоя.

Орбита тела 57 (рис. 8б) непрерывно поворачивается в пространстве (рис. 8д). Период обращения тела 57 колеблется в небольших пределах относительно периода  $1.34 P_1$ , где  $P_1$  – исходный период. Полуось орбиты так же, колеблется вокруг значения 0.015. Эксцентриситет орбиты достигает значения 0.7.

Орбита тела 170 является эллипсом с большим эксцентриситетом, достигающим величины 0.9 (рис. 8б). Она также изменяется в пространстве (рис. 8д). Период орбиты колеблется вблизи значения  $1.16P_2$ , где  $P_2 = 0.028$  – исходный период.



**Рис. 8.** Траектории центрального тела *I* и периферийных тел 57, 170, 1563 и 5301 в конечный период ( $T = 0.663 \div 1.021$ ) эволюции структуры MS10c99b.dat (а, б, в): на виде  $z$  и  $\partial$  – трехмерные изображения траекторий; *I* и *F* – начальная и конечная точки траекторий.

Следует отметить, что в перицентрах орбит на рис. 8б и рис. 8д имеются участки траекторий с прямыми отрезками. Это обусловлено тем, что за интервалы выдачи координат траектории (при параметре системы Galactica  $Kli = 2000$ ) орбиты более существенно изменяются, чем на других участках.

Траектория тела 1563 является почти окружностью, её эксцентриситет  $e = 0.01$  (рис. 8в). Она незначительно изменяется в пространстве (рис.8д). Период орбиты  $1.2P_6$ , где  $P_6 = 0.134$ . Полуось орбиты также мало изменялась по сравнению с исходной и равняется  $1.06a_6$ .

Траектория тела 5301 является эллипсом с эксцентриситетом  $e = 0.23$  (рис. 8в). Её плоскость почти перпендикулярна к плоскости  $xu$  (рис. 8д). Поэтому на плоскости  $xu$

она изображается в виде сплюсненного эллипса (рис. 8в).

Как уже отмечалось, расстояния  $r_{r1}$  около 30 тел были вне пределов графика на рис. 7в. Для части этих тел по алгоритму (29) - (36) были определены виды траекторий и их параметры. Наиболее удаленное тело 1575 в момент  $T = 0.815$  имело расстояние  $r = 7.076$  и скорость  $v = 9.735$ . Расчеты по алгоритму (29) – (36) дали следующие результаты:  $R_p = 0.0560$ ,  $v_p = 11.41$ ;  $a_1 = -0.1371$ ;  $e = 6.293$ ;  $v_{\infty} = 9.720$ . То есть тело по гиперболической орбите было выброшено из структуры. Его скорость в этот момент уже приближается к скорости на бесконечности.

Для тела 1575 расчеты были повторены для момента  $T = 0.385$ , когда расстояние и скорость были:  $r = 2.883$ ;  $v = 9.766$ . Параметры гиперболической траектории подтвердились до 7 знака. Эти расчеты были также выполнены для момента  $T = 0.1035$ , когда параметры тела были  $r = 0.1907$  и  $v = 10.450$ . Параметры гиперболической орбиты подтвердились с точностью до 4-х знаков. В этот момент расстояние  $r$  находится вблизи радиуса наружного слоя. Отсюда следует, что алгоритм (29) – (36) можно использовать для определения траектории всех тел, которые находятся вне основного их скопления.

Эти исследования были проведены для всех удаленных тел. Было установлено, что из структуры выбрасывается 14 тел с массой  $m_1$  и 3 тела с массой  $2m_1$ . Два тела имеют сильно вытянутые эллиптические орбиты, радиусы апоцентров  $R_a$  которых равны: 0.5646 для тела 4601 и 3.024 для тела 3032.

### 6.3. Сближение, столкновение и слияние тел

Как уже отмечалось, в этой структуре имеется 2 тела массой  $5m_1$ . На рис. 9 представлены сближения одного из таких тел, а именно тела 1951 на интервале  $0.069 < T < 0.075$ . Расчеты выполнялись в режиме коррекции шага с ключом K14 = 3 и ключом выдачи результатов K13 = 300 шагов. С момента  $T = 0.069$  происходит сближение тела 1951 с телом 1952 и в момент  $T = 7.065 \cdot 10^{-2}$  они сливаются. Затем начинается сближение с телом 1950 и в момент  $T = 7.153 \cdot 10^{-2}$  они сливаются. Далее тело 1951 сближается с телом 1953 и в момент  $T = 7.172 \cdot 10^{-2}$  они сливаются. Затем начинается сближение с телом 1954 и в момент  $T = 7.321 \cdot 10^{-2}$  они сливаются.

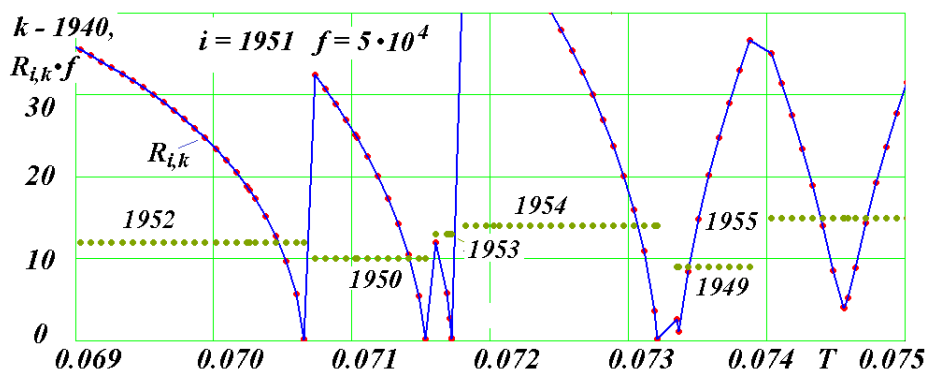


Рис. 9. График сближения тела  $i = 1951$  с телами  $k$  на расстояние  $R_{i,k}$  за количество шагов интегрирования  $K13 = 300$  с шагом  $dT = 0.5 \cdot 10^{-6}$  на начальном интервале  $T = 0.0690 \div 0.0750$ .

Безразмерное расстояние  $R_{i,k}$  на графике увеличено в  $f = 5 \cdot 10^4$  раз, а количество тел  $k$  уменьшено на 1940.

В результате этих 4-х слияний масса 1951 стала равной  $5m_1$ . Далее тело 1951 в момент  $T = 7.321 \cdot 10^{-2}$  сближается с телом 1949 на расстояние 14 радиусов периферийного тела  $R_1 = 1.676 \cdot 10^{-6}$ , и они расходятся. Затем еще имеется сближение в момент  $T = 7.456 \cdot 10^{-2}$  с телом 1955 на расстояние  $48R_1$ .

На рис. 10а представлены траектории всех сближающихся и сталкивающихся тел с телом 1951. Эти расчеты выполнены в режиме  $Kl4 = 3$  с начальным шагом  $dT = 0.5 \cdot 10^{-6}$  и с интервалом шагов выдачи  $Kli = 300$ . Первое сближение тела 1951 происходит с телом 1952. На участке сближения (рис. 10б) расчеты были выполнены с интервалом шагов выдачи  $Kli = 3$ . Тело 1952 движется впереди тела 1951 и при приближении последнего начинает огибать его. В более крупном масштабе (рис. 10в) окружностями нанесены диаметры тел. Тела находятся практически на одном расстоянии от плоскости  $xu$ . Их слияние происходит при соприкосновении их поверхностей. Сгущение точек на траектории свидетельствует о включении режима коррекции шага перед столкновением тел. Длина участка сгущения пропорциональна скорости. Видно, что скорость тела 1951 больше скорости тела 1952. Это различие может быть обусловлено взаимодействием этих тел. В данном случае тело 1951 ускоряется, а тело 1952 – замедляется.

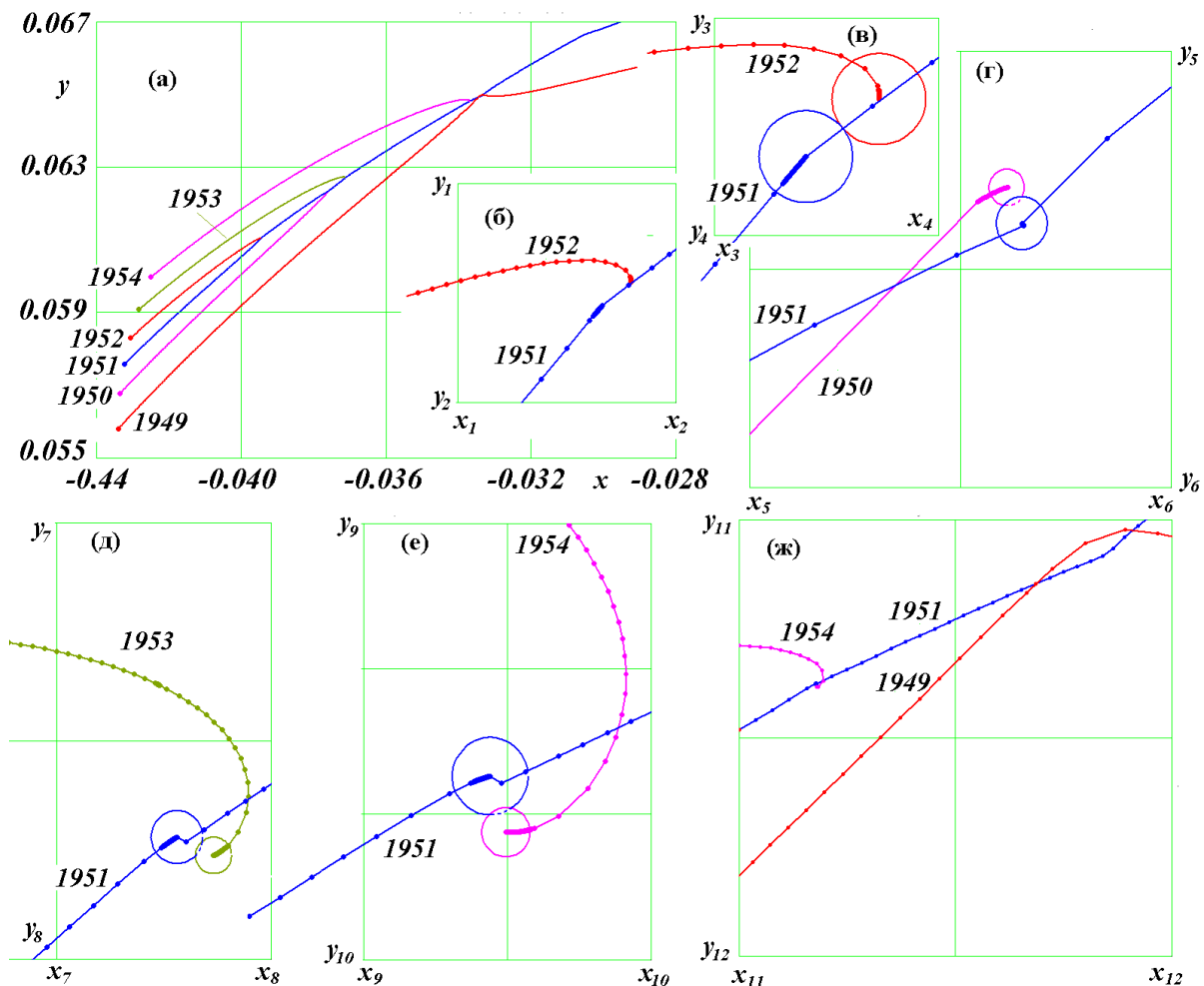


Рис. 10. Траектории при сближении и столкновении тела 1951 с телами 1949, 1950, 1952, 1953 и 1954.

Следует отметить, что все изображения на графиках выполнены в масштабе, а значения пределов  $y_1, y_2, x_1, x_1$  и т.д. представлены в Табл. 1 подрисуночной подписи.

Второе сближение тела 1951 происходит с телом 1950 (рис. 10а). На рис. 10г видно, что тело 1950 догоняет тело 1951, пересекает его траекторию, и за счет притяжения этого тела происходит искривление траектории тела 1950. Их слияние происходит в момент соприкосновения. В данном случае координата  $z$  тела 1951 больше, поэтому соприкосновение происходит ниже видимого контура тела 1951. В результате слияния с телом 1952 радиус тела 1951 увеличивается до  $1.26R_1$ . По длине участка со сгущенными точками тела 1950 видно, что скорость его меньше, чем тела 1951. В результате взаимодействия оно замедлялось, а тело 1951 – ускорялось.

В табл. 1 приведены значения  $y_1 - y_{12}, x_1 - x_{12}$ .

**Таблица 1.** Значения пределов графиков на видах б, в, г, д, е, ж рис. 10

б		в		г		д		е		ж	
$y_1$	0.06106	$y_3$	0.061054	$y_5$	0.06236	$y_7$	0.06274	$y_9$	0.06483	$y_{11}$	0.0650
$y_2$	0.06104	$y_4$	0.061046	$y_6$	0.06232	$y_8$	0.06270	$y_{10}$	0.066480	$y_{12}$	0.0645
$x_1$	-0.03948	$x_3$	-0.039470	$x_5$	-0.03762	$x_7$	-0.03715	$x_9$	-0.03372	$x_{11}$	-0.0338
$x_2$	-0.03946	$x_4$	-0.039462	$x_6$	-0.03758	$x_8$	-0.03713	$x_{10}$	-0.03370	$x_{12}$	-0.0333

Третье сближение тела 1951 происходит с телом 1953 (рис. 10а). На рис. 10д видно, что тело 1953 опережало тело 1951. Поэтому оно огибает его и сталкивается с ним на стороне, противоположной от стороны приближения. В этом случае радиус тела 1951 уже был  $1.44R_1$ .

Четвертое сближение с телом 1954, как видно из рис. 10е, происходит аналогично, только огибающее движение тела 1954 больше чем тела 1953. Это обусловлено большей массой тела 1951. Она равняется  $4m_1$ , а радиус тела равен  $1.59R_1$ . А после слияния тела 1951 с телом 1954 его масса стала  $5m_1$ , а радиус –  $1.71R_1$ . В этих двух случаях (рис. 10д и рис. 10е) тело 1951 находится ближе к плоскости  $xу$ , поэтому оно частично затеняется сталкивающимся телом.

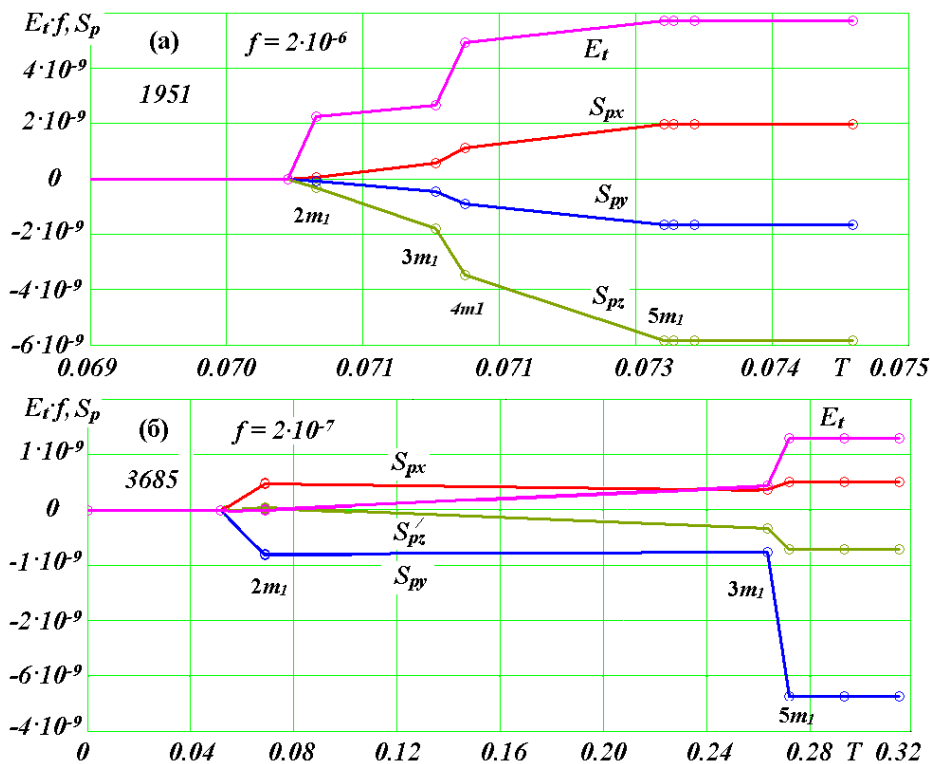
В рассмотренных 4-х столкновениях три тела приближаются с левой стороны, а сталкиваются с правой стороны (рис. 10в, г, е). А тело, приближающееся с правой стороны, сталкивается с левой стороны (рис 10г). При этом, чем больше масса тела 1951, тем на больший угол огибает его приближающееся тело.

Сближение тела 1949 с телом 1951 показано на рис. 10ж. Эти вычисления выполнены с интервалом выдачи  $Kli = 30$ . Как уже отмечалось, в этом случае тело 1949 приблизилось на расстояние  $14R_1$ . В момент сближения его скорость почти в 3 раза больше скорости тела 1951. Поэтому оно догнало тело 1951 с дальнейшим увеличением скорости и почти на  $90^\circ$  обогнуло его. После сближения скорость тела 1949 начала уменьшаться.

Несмотря на эти столкновения, тело 1951 продолжало совершать движение внутри структуры. К концу исследованного времени  $T = 0.815$  его удаление от центра масс было  $r_{r1} = 7.17$ . Тело 1949 также находилось внутри структуры с расстоянием  $r_{r1} = 4.28$ .

**6.4. Спин и тепловая энергия тела после столкновения**

При столкновении тел образовавшееся из них тело приобретает собственный момент количества движения, который назовем спином  $S_p$ , и тепловую энергию  $E_t$ . Алгоритм их расчета приведен в [2], а его программная реализация – в [10]. На рис. 11а представлены изменения проекции спина  $S_{px}$ ,  $S_{py}$ ,  $S_{pz}$  и тепловой энергией  $E_t$  тела 1951 при его столкновении с четырьмя телами. В результате каждого столкновения происходит изменения этих величин. Наименьшее изменение спинов происходит при первом соударении (точка  $2m_1$ ) с телом 1952 (рис. 10 в). Это столкновение близко к лобовому удару. Как видно из рис. 11а, тепловая энергия  $E_t$  в этом случае изменяется существенно. При втором столкновении (точка  $3m_1$ ) с телом 1950 проекция спина  $S_p$  увеличилась более существенно, а тепловая энергия  $E_t$  изменяется в три раза меньше чем при первом столкновении. Как видно из рис.10г, это столкновение происходило по касательной. Остальные столкновения с телами 1953 и 1954 также происходили по направлениям близким к касательным. Но тело 1951 становилось массивней, и скорость приближающихся тел увеличивалась. Поэтому приращение спинов и тепловой энергии были существенны. В итоге, тело 1951 приобрело тепловую энергию  $E_t = 2.87 \cdot 10^{-3}$  и модуль спина  $S_p = 6.385 \cdot 10^{-9}$ . Вектор спина составляет угол  $b_2 = -23.8^\circ$  с осью  $z$ . Так как угол отрицательный, то тело 1951 вращается по часовой стрелке.



**Рис. 11.** Изменение тепловой энергией  $E_t$  и проекций спина  $S_{px}$ ,  $S_{py}$ ,  $S_{pz}$  при слиянии тела 1951 (а) и тела 3685 (б). Величина  $E_t$  умножена на коэффициент:  $f = 2 \cdot 10^{-6}$  (а) и  $f = 2 \cdot 10^{-7}$  (б).

Для сравнения на рис. 11б приведены вращательные и тепловые характеристики тела 3685, также имеющего массу  $5m_1$ . При первом столкновении в точке  $2m_1$  оно приобрело небольшую тепловую энергию  $E_t$ . При втором столкновении ( $3m_1$ ) проекции

спинов  $S_{px}$  и  $S_{py}$  немного уменьшились, а тепловая энергия  $E_t$  существенно возросла. Третье столкновение в т.  $5t_1$  произошло с телом двойной массы. В этом случае преобладает проекция спина  $S_{py}$ . Величина спина  $S_p = 3.48 \cdot 10^{-9}$ , а его вектор составляет с осью  $z$  угол  $b_2 = -78.1^\circ$ , т.е. ось вращения тела 3685 находится близко от плоскости  $xu$ . Его тепловая энергия  $E_t = 6.45 \cdot 10^{-3}$ . Таким образом, при одинаковых массах этих тел тело 1951 имеет в 1.8 раза больший спин и в 2.2 раза меньшую тепловую энергию.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод построения моделей шаровых звездных скоплений в виде многослойных сферических структур. При этом центральное тело структуры и окружающий его слой принимается за новое центральное тело, вокруг которого располагаются следующий слой.

В результате взаимодействия звезд происходит их столкновение и укрупнение, а некоторые звезды выбрасываются из структуры. На первом этапе скорость количества столкновений держится на некотором уровне, затем она снижается в несколько раз, иногда в несколько десятков раз, и наступает этап установившейся динамики скопления. Звезды движутся по квазиэллиптическим орбитам вокруг центра масс скопления. Периоды обращения звезд на орбитах растут с увеличением размеров орбит. При близких прохождениях звезд орбиты изменяются и изменяется их положение в пространстве. Иногда звезды сталкиваются между собой или с центральным телом. Отдельные звезды при очень близких прохождениях у других звезд могут приобрести большую скорость и покинуть скопление.

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Исследования эволюции многослойных структур выполнялись на суперкомпьютерах ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН, г. Новосибирск.

Настоящая работа выполнялась в рамках темы 121041600047-2.

---

## ЛИТЕРАТУРА

1. Локтин А.В., Марсаков В.А. Лекции по звёздной астрономии. Учебно-научная монография. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет. 2009. 280 с.
2. Смульский И.И. Теория взаимодействия. Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГМ СО РАН, 1999 г. – 294 с. – [http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5\\_2.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf).
3. Смульский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел // Математическое моделирование. – 2003. – № 5. – т. 15. – С. 27-36. – <http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.
4. Смульский И.И. Сферически распределенные структуры. Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2016. – 43 с. – Рус. Деп. в ВИНТИ 22.08.2016. – № 112-B2016. – <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/SphDsSt2.pdf>.
5. Смульский И.И. Периодические орбиты N тел на сфере // Космические исследования. – 2020. – № 1. – т. 58. – С. 49-60. – DOI: 10.31857/S0023420620010070. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/PrdOrNBS3f.pdf>.
6. Смульский И.И., Кротов О.И. Изменение кинетического момента в динамике Солнечной системы // Космические исследования. – 2015. – № 3. – т. 53.т – С. 253-262. – DOI: 10.7868/S0023420615020090. [http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/IzmMom5\\_1J.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/IzmMom5_1J.pdf).

7. Brent Tully R., Rizzi L., Dolphin A.E., Karachentsev I.D., Karachentseva V.E., Makarov D.I., Makarova L., Sakai S., and Shaya E.J. Associations of Dwarf Galaxies // *The Astronomical Journal*. – 2006. – No. 2. – Vol. 132. – P. 729-748.
8. Smulsky J.J. Galactica Software for Solving Gravitational Interaction Problems // *Applied Physics Research*, 2012, Vol. 4, No. 2, pp. 110-123. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v4n2p110>.
9. Smulsky J.J. The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of N-Bodies // *I. J. Modern Education and Computer Science*. – 2012. – No. 11. – P. 1-20. – DOI: 10.5815/ijmecs.2012.11.01. <http://www.mecs-press.org/>.
10. Smulsky J.J. Future Space Problems and Their Solutions. Nova Science Publishers, New York, 2018. – 269 p. – ISBN: 978-1-53613-739-2. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/InfFSPS.pdf>.
11. Smulsky J.J. Angular Momentum due to Solar System Interactions. In: Gordon O. (Editor) *A Comprehensive Guide to Angular Momentum*. Nova Science Publishers. – New York, 2019. – P. 1-40. – ISBN: 978-1-53615-707-9. [http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CGAngMom1\\_2Cv.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CGAngMom1_2Cv.pdf).
12. Talpur J. *A Guide to Globular Clusters*. Keele University, 1997. – P. 18. – <https://www.astro.keele.ac.uk/workx/globulars/globulars.html>.
13. Globular cluster. – URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Globular\\_cluster](https://en.wikipedia.org/wiki/Globular_cluster).

## MULTILAYER MODELS OF GLOBULAR STAR CLUSTERS. Part 1

Smulsky J.J. (Dr. Sci. (Physics and Mathematics), prof.)

Institute of Earth's Cryosphere, Tyumen, Russian Federation; [jmulsky@mail.ru](mailto:jmulsky@mail.ru)

**Abstract.** Spherical single-layer structures are used to create multilayer models of globular star clusters. An algorithm for their construction is presented and a program for their developing is described. As a result of solving the problem of gravitational interaction of N bodies, the evolution of 5- and 10-layer structures is studied. In the process of interaction of bodies, there is a transition from an initially organized structure to a uniformly distributed in space structure. The number of bodies' collisions decreases and the globular cluster model passes into a steady-state form of existence. The trajectories of individual bodies are presented. The circumstances of the approaching bodies are being investigated. Processes at collision of bodies and acquisition of rotational motion and thermal energy by them are considered.

**Key words:** N-body problem, solution, globular star clusters, properties

## REFERENCES

1. Loktin A.V., Marsakov V.A. *Lekcii po zvezdnoj astronomii. Uchebno-nauchnaja monografija* [Lectures on stellar astronomy. Educational and scientific monograph]. Rostov-na-Donu: Juzhnyj federal'nyj universitet, 2009. 280 p.
2. Smul'skij I.I. *Teorija vzaimodejstvija* [The theory of interaction]. Novosibirsk: Iz-vo Novosib. un-ta, NIC OIGGM SO RAN, 1999. 294 p.  
URL: [http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5\\_2.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf).
3. Smul'skij I.I. *Osesimmetrichnaja zadacha gravitacionnogo vzaimodejstvija N-tel* [The axisymmetric problem of gravitational interaction of N-bodies]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Math Modeling]. 2003. Vol. 15. No. 5. P. 27-36.  
URL: <http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.
4. Smul'skij I.I. *Sfericheski raspredelemnnye struktury* [Distributed structures on the sphere]. Tjumen': Institut kriosfery Zemli SO RAN. Dep. v VINITI. 2016. No. 112-B2016. 43 p.  
URL: <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/SphDsSt2.pdf>.
5. Smulsky J.J. Periodic Orbits of N Bodies on a Sphere. *Cosmic Research*. 2019. Vol. 57. No. 6. P. 459-470. DOI: 10.1134/S001095251906008X.  
URL: <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/PrdOrNBS3Ej.pdf>.

6. Smul'skii I.I. and Krotov O.I. Change of Angular Momentum in the Dynamics of the Solar System. *Cosmic Research*. 2015. Vol. 53. No. 3. P. 237-245.

URL: <http://dx.doi.org/10.1134/S0010952515020094>.

7. Brent Tully R., Rizzi L., Dolphin A.E., Karachentsev I.D., Karachentseva V.E., Makarov D.I., Makarova L., Sakai S., and Shaya E.J. Associations of Dwarf Galaxies. *The Astronomical Journal*. 2006. Vol. 132. No. 2. P. 729-748.

8. Smulsky J.J. Galactica Software for Solving Gravitational Interaction Problems. *Applied Physics Research*. 2012. Vol. 4. No. 2. P. 110-123. URL: <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v4n2p110>.

9. Smulsky J.J. The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of N-Bodies. *I.J. Modern Education and Computer Science*. 2012. No. 11. P. 1-20. DOI: 10.5815/ijmecs.2012.11.01. URL: <http://www.mecs-press.org/>.

10. Smulsky J.J. Future Space Problems and Their Solutions. Nova Science Publishers, New York, 2018. 269 p. ISBN: 978-1-53613-739-2. URL: <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/InfFSPS.pdf>.

11. Smulsky J.J. Angular Momentum due to Solar System Interactions. In: Gordon O. (Editor). In: A Comprehensive Guide to Angular Momentum. New York: Nova Science Publishers, 2019. P. 1-40. ISBN: 978-1-53615-707-9.

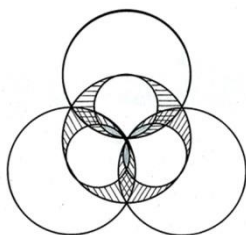
URL: [http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CGAngMom1\\_2Cv.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CGAngMom1_2Cv.pdf).

12. Talpur J.A. Guide to Globular Clusters. Keele University, 1997. 18 p.

URL: <https://www.astro.keele.ac.uk/workx/globulars/globulars.html>.

13. Globular cluster. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Globular\\_cluster](https://en.wikipedia.org/wiki/Globular_cluster).

УДК 531.011



## КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВЕЛИЧИНЫ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Попов И.П. (к.т.н., старший преподаватель),  
Курганский государственный университет г. Курган, РФ;  
*ip.porow@yandex.ru*

**Аннотация.** Существующие и широко используемые величины механического движения, а именно: импульс или количество движения  $p = mv$ , а также кинетическая энергия  $p = mv^2/2$  включают в себя одни и те же параметры – массу  $m$  и скорость  $v$ . Отличие между импульсом и кинетической энергией состоит в степени скорости и числовом коэффициенте. Формальные вариации степеней скорости и числовых коэффициентов приводят к появлению других величин механического движения. В тривиальном случае, когда степень скорости равна нулю, а числовой коэффициент – единице, имеет место величина  ${}^0p = mv^0$ . Нетрудно заметить, что эта величина входит в уравнение Шредингера для свободной частицы. Это является предпосылкой для поиска других величин механического движения, входящих в состав квантово-механических уравнений, связанных с уравнением Шредингера.

**Ключевые слова:** интегральный вектор Умова, обратный импульс, движение, величина, порядок.

### ВВЕДЕНИЕ

Волновая функция

$$Y = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2} - mvr)}$$

удовлетворяет уравнению Шредингера (УШ) для свободной частицы

$$i\hbar \frac{\partial Y}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta Y,$$

$$\Delta Y = -\frac{2i}{\hbar} \left[ \frac{mv^0}{0!} \right] \frac{\partial Y}{\partial t}.$$

Формально УШ порождает величину механического движения нулевого порядка (в том смысле, что она в УШ содержится) [4, 6]

$${}^0p = \frac{mv^0}{0!}. \tag{1}$$

Примечательно, что квантово-механическая конструкция порождает макромеханическую величину. В дальнейшем используется преимущественно этот же принцип.

**АНАЛОГИ УШ И ПОРОЖДАЕМЫЕ ИМИ ВЕЛИЧИНЫ ДВИЖЕНИЯ**

Градиент волновой функции равен

$$\tilde{\nabla}Y = \frac{i}{\hbar} mv Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)}$$

Обе части волновой функции можно умножить на одну и ту же величину

$$Y = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)} \left| \frac{i}{\hbar} mv \right.$$

Из сопоставления этих двух уравнений вытекает следующий формальный аналог уравнения Шредингера (ФАУШ) –

$$\tilde{\nabla}Y = \frac{i}{\hbar} mvY ,$$

$$\tilde{\nabla}Y = \frac{i}{\hbar} \left( \frac{mv^1}{1!} \right) \ddot{Y} ,$$

который порождает величину механического движения первого порядка [1, 3, 5]

$${}^1P = \frac{mv}{1!} , \quad {}^1p = \frac{mv^1}{1!} . \tag{2}$$

Производная волновой функции равна

$$\frac{\nabla Y}{\nabla t} = - \frac{i}{\hbar} \frac{mv^2}{2} Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)}$$

$$Y = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)} \left| - \frac{i}{\hbar} \frac{mv^2}{2} \right.$$

Из сопоставления этих двух уравнений вытекает следующий ФАУШ –

$$\frac{\nabla Y}{\nabla t} = - \frac{i}{\hbar} \frac{mv^2}{2} Y ,$$

$$\frac{\nabla Y}{\nabla t} = - \frac{i}{\hbar} \left( \frac{mv^2}{2!} \right) \ddot{Y} ,$$

который порождает величину механического движения второго порядка [2]

$${}^2p = \frac{mv^2}{2!} . \tag{3}$$

Величины механического движения (1), (2), (3) известны.

Очевидно, что другие ФАУШ могут породить величины механического движения других порядков.

*Целью работы* является установление таких величин и связанных с ними закономерностей, которые могут представлять интерес, что обуславливает актуальность исследования.

### ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ВЕКТОР УМОВА ДЛЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Далее система координат выбирается таким образом, чтобы одна из осей совпадала с направлением движения. Тогда пространственные производные будут одномерными.

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = - \frac{1}{\hbar^2} \frac{m^2 v^4}{4} C e^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)} \Big|, \quad i\hbar, \quad (4)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{i}{\hbar} m v C e^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)} \Big|, \quad \frac{\partial}{\partial r} \frac{mv^2 v}{4} \Big|.$$

ФАУШ –

$$4i\hbar \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -mv^2 v \frac{\partial Y}{\partial r},$$

$$4i\hbar \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -3! \frac{\partial}{\partial r} \frac{mv^2 v}{3!} \frac{\partial Y}{\partial r}.$$

Он порождает величину механического движения третьего порядка

$${}^3 p = \frac{mv^2 v}{3!}, \quad {}^3 p = \frac{mv^3}{3!}. \quad (5)$$

Коэффициент  $1/3!$  выбран для сохранения преимственности выражений (1), (2), (3).

Для установления смысла величины (5) можно обратиться к дифференциальному вектору Умова:

$$dU = w dv.$$

здесь  $w$  – плотность энергии.

Для кинетической энергии

$$dU = \frac{mv^2}{2V} dv,$$

$$UV = \frac{mv^2}{3!} v.$$

$V$  – объем.

Таким образом, величина (5) – это интегральный вектор Умова для кинетической энергии.

### ОБРАТНЫЙ ИМПУЛЬС

Сравнение выражения

$$\frac{\partial^3 Y}{\partial r^3} = - \frac{i}{\hbar^3} m^3 v^2 v C e^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - mvr)}$$

с формулой (4) приводит следующему ФАУШ –

$$\frac{\partial^3 Y}{\partial r^3} = 4 \frac{i}{\hbar} \frac{m}{v} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2},$$

который порождает величину механического движения минус первого порядка (обратный импульс)

$${}^{-1}\mathbf{p} = 0! \frac{m\mathbf{v}}{v^2}, \quad {}^{-1}p = 0! \frac{m}{v}.$$

Смысл этой величины и ее актуальность устанавливает

**Теорема.** В водородоподобном атоме величина  $m_e v^{-1}$  квантуется. Фиксированным (неизменным) квантом является величина  $m_e v_0^{-1}$ , соответствующая основному энергетическому уровню.

*Доказательство.* В водородоподобном атоме полная, потенциальная и кинетическая энергии электрона связаны следующим образом:

$$\begin{aligned} U_n &= 2E_n, \\ E_{Kn} &= -E_n. \end{aligned} \tag{6}$$

При этом

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 e_0^2}.$$

Для основного энергетического уровня по аналогии с боровским радиусом  $a_0$  скорость электрона можно обозначить  $v_0$ .

Из (6) следует

$$\begin{aligned} E_{K1} &= \frac{m_e v_0^2}{2} = -E_1 = \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 e_0^2}, \\ \frac{m_e}{v_0} &= \pm \frac{2he_0 m_e}{Ze^2}, \end{aligned}$$

$$E_{Kn} = \frac{m_e v_n^2}{2} = -E_n = \frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 e_0^2},$$

$$\frac{m_e}{v_n} = \pm n \frac{2he_0 m_e}{Ze^2} = n \frac{m_e}{v_0}.$$

Теорема доказана.

**Следствие**

$$\frac{m_e}{v_{n+1}} = \frac{m_e}{v_n} + \frac{m_e}{v_0}.$$

## ПОРЯДКИ ВЕЛИЧИН ДВИЖЕНИЯ

*Определение.* Величина движения порядка  $n$  – это

$${}^n p = k_n m v^n, \quad k_n = \begin{cases} \frac{1}{n!}, & n \geq 0 \\ \frac{1}{1} (-1)^{n+1} (n+1)!, & n < 0 \end{cases} \begin{matrix} \ddot{u} \\ \dot{y} \\ \ddot{p} \end{matrix}.$$

Величина движения любого порядка порождается соответствующим ФАУШ.

Нетрудно заметить, что

$${}^{n-1}p = \frac{d}{dv} {}^n p, n^1 0.$$

Порядки величин движения и соответствующие им ФАУШ сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Порядки величин движения и соответствующие им ФАУШ

Величины движения	ФАУШ
${}^n p = \frac{mv^n}{n!}$	$(-1)^n i\hbar \frac{\mathfrak{J}^{n-1}Y}{\mathfrak{J}t^{n-1}} = 2^{-n+1} mv^n \frac{\mathfrak{J}^{n-2}Y}{\mathfrak{J}x^{n-2}}$ при $n^3 2$
${}^3 p = \frac{mv^2 v}{3!}, {}^3 p = \frac{mv^3}{3!}$	$-i\hbar \frac{\mathfrak{J}^2 Y}{\mathfrak{J}t^2} = \frac{mv^2 v}{2^2} \frac{\mathfrak{J}Y}{\mathfrak{J}r}$
${}^2 p = \frac{mv^2}{2!}$	$i\hbar \frac{\mathfrak{J}Y}{\mathfrak{J}t} = \frac{mv^2}{2^1} Y$
${}^1 p = \frac{mv}{1!}, {}^1 p = \frac{mv^1}{1!}$	$-i\hbar \frac{\mathfrak{J}Y}{\mathfrak{J}r} = \frac{mv}{2^0} Y$
${}^0 p = \frac{mv^0}{0!}$	$i\hbar \frac{\mathfrak{J}^2 Y}{\mathfrak{J}r^2} = 2^1 m \frac{\mathfrak{J}Y}{\mathfrak{J}t}$
${}^{-1} p = 0! \frac{mv}{v^2}, {}^{-1} p = 0! m\bar{v}^{-1}$	$-i\hbar \frac{\mathfrak{J}^3 Y}{\mathfrak{J}r^3} = \frac{2^2 mv}{v^2} \frac{\mathfrak{J}^2 Y}{\mathfrak{J}t^2}$
${}^{-2} p = -1! m\bar{v}^{-2}$	$i\hbar \frac{\mathfrak{J}^4 Y}{\mathfrak{J}x^4} = 2^3 mv^{-2} \frac{\mathfrak{J}^3 Y}{\mathfrak{J}t^3}$
${}^{-3} p = 2! \frac{mv}{v^4}, {}^{-3} p = 2! m\bar{v}^{-3}$	$-i\hbar \frac{\mathfrak{J}^5 Y}{\mathfrak{J}x^5} = \frac{2^4 mv}{v^4} \frac{\mathfrak{J}^4 Y}{\mathfrak{J}t^4}$
${}^{-n} p = (-1)^n (n-1)! m\bar{v}^{-n}$	$(-1)^n i\hbar \frac{\mathfrak{J}^{n+2} Y}{\mathfrak{J}x^{n+2}} = 2^{n+1} mv^{-n} \frac{\mathfrak{J}^{n+1} Y}{\mathfrak{J}t^{n+1}}$ при $n^3 - 1$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Почти все полученные результаты явились следствием использования квантово-механических дифференциальных уравнений, однако, сами по себе результаты являются преимущественно макромеханическими.

Величины механического движения различных порядков порождаются формальными аналогами уравнения Шредингера. К таким величинам относятся как известные (масса, импульс, кинетическая энергия), так и неизвестные (интегральный вектор Умова для кинетической энергии, обратный импульс и др.).

Во всех ФАУШ порядки частных производных отличаются на единицу. Для величин движения с положительной степенью скорости порядок временных производных выше, чем пространственных. Для величин с отрицательной степенью – выше порядок пространственных производных.

Интегральный вектор Умова характеризует движение энергии тела.

Обратный импульс квантуется в водородоподобном атоме.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов В.Д. Математические модели резонансных и антирезонансных процессов // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2021. – № 1 (49). – С. 17-27. – DOI: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27
2. Попов И.П. Отвесное падение тела // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2021. – № 5 (349). – С. 4-8. DOI: 10.33979/2073-7408-2021-349-5-4-8
3. Попов И. П. Применение методов классической механики к электрическим зарядам // Труды МАИ. – 2021. – № 119. – URL: <http://mai.ru/> DOI: 10.34759/trd-2021-119-01
4. Смирнов В.Л. Определение относительных масс планет на основе характеристик их орбит и периодов обращения // Сложные системы. – 2019. – № 1 (30). – С. 41-68.
5. Popov I.P. Theory of a Multi-Inert Oscillator // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2020. – Vol. 49 – No. 8. – P. 667-671. – DOI: 10.3103/S1052618820080105.
6. Popov I.P. Train Starting Equation // Mechanics of Solids. – 2021. – Vol. 56. – No. 2. – P. 211-219. – DOI: 10.3103/S0025654421020102.

## QUANTUM-MECHANICAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND VALUES OF MECHANICAL MOTION

**Popov I.P.** (Cand.Sci. (Technology), Senior Lecturer),

*Kurgan State University, Kurgan, Russian Federation; [ip.popov@yandex.ru](mailto:ip.popov@yandex.ru)*

**Abstract.** Existing and widely used quantities of mechanical motion, namely: momentum or momentum  $p = mv$ , as well as kinetic energy  $p = mv^2/2$ , include the same parameters - mass  $m$  and velocity  $v$ . The difference between momentum and kinetic energy is the degree of velocity and the numerical factor. Formal variations in the degrees of speed and numerical coefficients lead to the appearance of other quantities of mechanical motion. In the trivial case, when the degree of speed is zero, and the numerical coefficient is one, the value  $0p = mv_0$  takes place. It is easy to see that this quantity enters into the Schrödinger equation for a free particle. This is a prerequisite for finding other quantities of mechanical motion that are part of the quantum mechanical equations associated with the Schrödinger equation.

**Keywords:** integral vector of Umov, back impulse, motion, magnitude, order.

## REFERENCES

1. Pavlov V.D. Matematicheskiye modeli rezonansnykh i antirezonansnykh protsessov [Mathematical models of resonant and antiresonant processes]. *Vestnik Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta puty soobshcheniya* [Bulletin of the Ural State University of Railways]. 2021. No. 1 (49). P. 17-27. DOI: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27
2. Popov I.P. Otvesnoye padeniye tela [Plumb body fall]. *Fundamental'nyye i prikladnyye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and applied problems of engineering and technology]. 2021. No. 5 (349). P. 4-8. DOI: 10.33979/2073-7408-2021-349-5-4-8
3. Popov I. P. Primeneniye metodov klassicheskoy mekhaniki k elektricheskim zaryadam [Application of methods of classical mechanics to electric charges]. *Trudy MAI* [Trudy MAI]. 2021. No. 119. <http://mai.ru/> DOI: 10.34759/trd-2021-119-01
4. Smirnov V.L. Opredeleniye otnositel'nykh mass planet na osnove kharakteristik ikh orbit i periodov obrashcheniya [Determination of the relative masses of planets based on the characteristics of their orbits and orbital periods]. *Slozhnye sistemy* [The complex systems]. 2019. No. 1(30). P.41-68.
5. Popov I.P. Theory of a Multi-Inert Oscillator, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2020, Vol. 49, No. 8, pp. 667–671. DOI: 10.3103/S1052618820080105.
6. Popov I.P. Train Starting Equation. *Mechanics of Solids*. 2021. Vol. 56. No. 2. P.211-219. DOI: 10.3103/S0025654421020102.

**ПРОТОКОЛ**

**заседания научно-экспертного совета по подведению итогов открытого конкурса на предоставление грантов в форме субсидий в сфере научной деятельности по итогам лучшей публикации в журнале «Сложные системы» за 2020 год**

**Место проведения:**

Московская область, г. Лыткарино,  
ул. Парковая, д. 1, комната 206

**Дата проведения:**

24 января 2022 г.

**Время проведения:**

12:00

**Председательствовал:**

Иванов О.П.

Главный редактор (к.г.-м.н., МГУ  
им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия)

**Присутствовали:**

Князева Е.Н.	Зам. главного редактора (д.филос.н., профессор, НИУ ВШЭ, Москва, Россия)
Клиге Р.К.	Член редколлегии (д.геогр.н., проф., МГУ, Москва, Россия)
Голиченков В.А.	Член редколлегии (д.б.н., проф., МГУ, Москва, Россия)
Шанявский А.А.	Член редколлегии (д.т.н., проф., ФАУ «Государственный центр «Безопасность полетов на воздушном транспорте», Москва, Россия)
Магницкий Н.А.	Член редколлегии (д.ф.-м.н., проф., МГУ, Москва, Россия)
Суриков В.В.	Член редколлегии (д.ф.-м.н., проф., МГУ, Москва, Россия)
Чуличков А.И.	Член редколлегии (д.ф.-м.н., проф., МГУ, Москва, Россия)
Кирилишина Е.М.	Технический редактор (к.г.-м.н., МГУ, Москва)
Наместникова А.В.	Выпускающий редактор (Институт системологии, Лыткарино)

**Повестка заседания:**

1. О подведении итогов открытого конкурса на предоставление грантов в форме субсидий в сфере научной деятельности по итогам лучшей публикации в журнале «Сложные системы» за 2020 год. Докладчик - Иванов О.П.
2. Принять к сведению информацию о рассмотрении следующих статей, опубликованных в журнале «Сложные системы» за 2020 год:

<b>№</b>	<b>Публикация</b>	<b>Цит.</b>
1	ЭНТРОПИЯ И ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ Авченко О.В., Чудненко К.В. Сложные системы. 2020. № 4 (37). С. 33-41.	0
2	СВЯЗЬ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОСАДКОВ НА ЗАПАДНОМ БЕРЕГУ ЧЕРНОГО МОРЯ С МАКРОЦИРКУЛЯЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ Кононова Н.К., Горбунов Р.В., Горбунова Т.Ю., Велев С.Б. Сложные системы. 2020. № 4 (37). С. 4-32.	0
3	РЕШЕТО ХАОСА Соловьев В.Г. Сложные системы. 2020. № 4 (37). С. 42-56.	0
4	БИФУРКАЦИОННЫЕ МНОГООБРАЗИЯ В НЕКОТОРЫХ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ Братцев С.Г., Клёпов Н.К. Сложные системы. 2020. № 4 (37). С. 57-71.	0
5	ТУЛАЙКОВ Н.М. В БОРЬБЕ С ГОЛОДОМ Маркин А.И. Сложные системы. 2020. № 4 (37). С. 72-82.	0
6	СВЯЗЬ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОСАДКОВ НА ВОСТОЧНОМ БЕРЕГУ ЧЕРНОГО МОРЯ С МАКРОЦИРКУЛЯЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ Кононова Н.К., Горбунов Р.В., Горбунова Т.Ю., Сафонова М.С. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 30-53.	0
7	СВЯЗЬ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОСАДКОВ В КРЫМУ С МАКРОЦИРКУЛЯЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ Кононова Н.К., Горбунов Р.В., Горбунова Т.Ю., Лапченко В.А., Сафонова М.С. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 4-29.	0
8	ЭВОЛЮЦИЯ ВЕДУЩЕГО МАСШТАБНОГО КОЭФФИЦИЕНТА В АБСТРАКТНОЙ СИСТЕМЕ ОТНОШЕНИЙ Смирнов В.Л. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 54-73.	2
9	ЧЕЛОВЕЧЕСТВО КАК СИСТЕМА. ЧАСТЬ 3 Торвич В.В. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 74-93.	3
10	ВИРУС COVID-19 С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ СИСТЕМ Старцев В.В. Сложные системы. 2020. № 2 (35). С. 21-29.	1
11	ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ В ПРОЦЕССЕ ЭВОЛЮЦИИ АБСТРАКТНОЙ СИСТЕМЫ ОТНОШЕНИЙ Смирнов В.Л. Сложные системы. 2020. № 2 (35). С. 30-47.	0

12	ЛЕДЯНОЙ ПОКРОВ АРКТИКИ И МЕРИДИОНАЛЬНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ АТМОСФЕРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В СЕВЕРНОМ ПОЛУШАРИИ ЗЕМЛИ Холопцев А.В., Подпорин С.А., Кононова Н.К. Сложные системы. 2020. № 2 (35). С. 4-20.	0
13	ЧЕЛОВЕЧЕСТВО КАК СИСТЕМА. ЧАСТЬ 2 Торвич В.В. Сложные системы. 2020. № 2 (35). С. 48-70.	0
14	ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЗЕМЛИ ЗА МИЛЛИОНЫ ЛЕТ Смульский И.И. Сложные системы. 2020. № 1 (34). С. 4-49.	0
15	РАСЩЕПЛЕНИЕ РАЗРЕШЕННЫХ СОСТОЯНИЙ В СЛОЖНОЙ САМООРГАНИЗУЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ. ЧАСТЬ 3 Смирнов В.Л. Сложные системы. 2020. № 1 (34). С. 50-71.	0
16	ЧЕЛОВЕЧЕСТВО КАК СИСТЕМА. ЧАСТЬ 1 Торвич В.В. Сложные системы. 2020. № 1 (34). С. 72-89.	0

Докладчик - Наместникова А.В.

3. Проанализировать количество цитирования научных статей, размещенных в журнале «Сложные системы» за 2020 год на основании статистики опубликованной на сайте Научной электронной библиотеки ([eLIBRARY.RU](http://eLIBRARY.RU) - Статьи, опубликованные в журнале "Сложные системы"). Докладчик - Наместникова А.В.

4. Принять к сведению, что статьи, цитирующие следующие публикации, являются статьями одних и тех же авторов, т.е. самоцитирующими и в рейтинге не учитываются.  
Докладчик - Наместникова А.В.

8	ЭВОЛЮЦИЯ ВЕДУЩЕГО МАСШТАБНОГО КОЭФФИЦИЕНТА В АБСТРАКТНОЙ СИСТЕМЕ ОТНОШЕНИЙ Смирнов В.Л. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 54-73.	2
9	ЧЕЛОВЕЧЕСТВО КАК СИСТЕМА. ЧАСТЬ 3 Торвич В.В. Сложные системы. 2020. № 3 (36). С. 74-93.	3

5. Принять к сведению информацию о соответствии тем научных работ и опубликованных статей темам и рубрике журналу и приоритетным научным направлениям указанным на сайте журнала в разделе «Приоритетные направления».  
Докладчик - Иванов О.П.

6. Признать на основании голосования и в соответствии с критериями оценок участников конкурса победителями открытого конкурса на предоставление грантов в форме субсидий в сфере научной деятельности по итогам лучшей публикации в журнале «Сложные системы» за 2020 год следующих авторов:

*Проблемы утилизации и рециклинга автономных мобильных роботов... Часть 2.*

Лауреат I степени	Торвич В.В.	50000 рублей
Лауреат II степени	Смирнов В.Л.	30000 рублей
Лауреат III степени	Старцев В.В.	20000 рублей

Голосовали: за - единогласно.

7. Уведомить победителей о необходимости предоставления перечня документов, представляемых победителями конкурса для заключения договора о предоставлении гранта в течение 30 дней со дня размещения информации об итогах конкурса на официальном сайте.

8. Уведомить авторов, о порядке оформления заявок на участие в конкурсе, дате и времени начала и окончания приема заявок по итогам 2021 года.

9. Провести второе заседание Экспертного совета 23 января 2023 года, на котором будут подведены итоги рассмотрения конкурсных статей за 2021 год и определены победители Конкурса.

Председатель  
Экспертного совета Конкурса  
Иванов О.П.

Ответственный секретарь  
Экспертного совета Конкурса  
Наместникова А.В.